

BIULETYN INFORMACYJNY
PTMTS

Z życia Towarzystwa

*Z prawdziwą dumą i radością pragniemy poinformować Czytelników, że **Senat Politechniki w Darmstadt** (Niemcy) 14 maja 2003 roku uhonorował Członka Oddziału Warszawskiego naszego Towarzystwa **Profesora Michała Kleibera***

Doktoratem Honoris Causa

Informujemy również, że kolejni członkowie naszego Towarzystwa otrzymali z rąk Prezydenta Rzeczypospolitej Polskiej nominacje profesorskie:

20 lutego 2003 roku

- **Janusz Sempruch** – Akademia Techniczno-Rolnicza w Bydgoszczy
- **Andrzej P. Zieliński** – Politechnika Krakowska

27 lutego 2003 roku

- **Zbigniew H. Starczewski** – Politechnika Warszawska

12 marca 2003 roku

- **Jan Nadziakiewicz** – Politechnika Śląska

* * * * *

Komunikaty

Zapraszamy do odwiedzania strony internetowej Polskiego Towarzystwa Mechaniki Teoretycznej i Stosowanej

www.ptmts.org.pl

TEORIA SPRĘŻYSTOŚCI – PODSTAWY I ZASTOSOWANIA
Wkład uczonych IPPT PAN do rozwoju teorii sprężystości
w latach 1952-2002

JÓZEF IGNACZAK I RYSZARD WOJNAR

Institut Podstawowych Problemów Techniki PAN
e-mail: jignaczak@ippt.gov.pl; rwojnar@ippt.gov.pl

Wstęp

W niniejszym opracowaniu przedstawiamy rozwój teorii sprężystości w Instytucie Podstawowych Problemów Techniki PAN od czasu jego powstania, to jest od roku 1952. Jako wprowadzenie podajemy krótki rys historyczny badań prowadzonych w kraju nad tą teorią w okresie wcześniejszym.

Pięćdziesiąt lat przed powstaniem Instytutu, w roku 1902 pojawiło się wydanie „Dzieł zebranych” Feliksa Jasińskiego (1856-1899), w trzech tomach w języku rosyjskim w Petersburgu (wznowione w Moskwie w roku 1952). Dzieło to zostało wydane w dwóch tomach w języku polskim przez PWN w 1961 r. Tom pierwszy nosił tytuł „Stateczność konstrukcji i teoria sprężystości”. Do uczniów Jasińskiego należał Stepan P. Timoszenko (Stephen P. Timoshenko) (1878-1972) – jeden z najślawniejszych twórców teorii sprężystości w wieku dwudziestym. Współczesny Jasińskiemu, Kazimierz Oleński (1855-1936) w roku 1891 we Lwowie napisał pracę o podstawach termosprężystości („Z termodynamiki wydłużeń sprężystych”, Wydawnictwo Rozpraw Akademii Umiejętności). Maurycy Pius Rudzki (1862-1916) w roku 1912 wydał po francusku, także nakładem krakowskiej Akademii Umiejętności, rozprawę pt. „Rozchodzenie się fal powierzchniowych w ośrodku o izotropii poprzecznej” (58 stron). Dzieło to wyprzedziło analogiczne opracowanie P. Chadwicka o blisko 80 lat [por. Proc. R. Soc. London A422, 23-66 (1989)].

W encyklopedycznym artykule Mortona E. Gurtina „The linear theory of elasticity” (Handbuch der Physik, hgb. S. Flügge, Bd. VIa/2, Springer 1972) występują dwa polskie nazwiska z tego okresu: Stanisława Zarembki (1863-1942) i Wojciecha Rubinowicza (1889-1974). Zarembka sformułował w roku 1915 twierdzenie o obszarze wpływu dla klasycznego równania falowego (twierdzenie to zostało później rozszerzone w IPPT na przypadek propagacji fal w ośrodku termosprężystym); pracę Zarembki cytują też A.C. Eringen i E.S. Şuhubi w swojej „Elastodynamics”, II (1975); Rubinowicz w roku 1920 podał sposób rozwiązania zagadnienia mieszanego dla równań hiperbolicznych. Wtedy też Maksymilian Tytus Huber (1872-1950) opracował teorię kontaktu ciał sprężystych (1904), teorię płyt anizotropowych (1914-29) i teorię stateczności układów sprężystych (1935). Prace Hubera trafiły do podręczników rangi światowej, takich jak „Anizotropnyje plastinki” S.G. Lechnickiego (1947) czy „Flächentragwerke” K. Girkmanna (1954). Nie można nie wspomnieć książek Hubera wydanych podczas wojny w podziemiu, np. „Mechanika ogólna” (1943).

Zaraz po drugiej wojnie światowej ukazało się w naszym kraju kilka podręczników akademickich z teorii sprężystości, wśród nich „Teoria sprężystości” M.T. Hubera

(1948), „Mechanika ośrodków ciągłych” Rubinowicza (1951), „Mechanika budowli” Witolda Wierzbickiego (wyd. 3, 1948, wyd. 4, 1949) oraz „Zagadnienia stateczności sprężystej” Jarosława Naleszkiewicza (1952). Podręczniki te pomagały przygotowywać specjalistów do odbudowy zniszczonego kraju i stanowiły punkt wyjścia do po wojennego rozwoju polskiej mechaniki.

Ważną datą był rok 1949, gdy pojawiło się (jako kwartalnik) specjalistyczne czasopismo „Archiwum Mechaniki Stosowanej” (w skrócie AMS), obecnie dwumiesięcznik „Archive of Mechanics”. Czasopismo na początku było wydawane przez Zakład Mechaniki Budowli Politechniki Gdańskiej, a w skład komitetu redakcyjnego wchodził: W. Nowacki, M.T. Huber, W. Olszak i W. Wierzbicki. Poświęcone było zagadnieniom sprężystości, plastyczności, hydromechaniki, termodynamiki i podstawowym problemom teorii konstrukcji.

Tematyka badań w okresie 1952-1976

Teoria sprężystości i konstrukcje inżynierskie

Pierwsze lata działalności Instytutu są okresem rozwiązywania klasycznych problemów elastostatyki, zarówno izotropowej, jak i anizotropowej oraz zagadnień inżynierskich. W okresie tym otrzymano m.in.:

- (i) Reprezentacje rozwiązań elastostatyki dla ciała poprzecznie izotropowego,
- (ii) Uogólnienie klasycznego rozwiązania Michella dla półnieskończonej izotropowej płyty na przypadek półnieskończonej płyty anizotropowej,
- (iii) Powierzchnie wpływowe ortotropowego półpasma płytowego,
- (iv) Rozwiązania statyki i dynamiki płyt wzmocnionych żebrami, i inne.

Rozwiązania te przyciągnęły uwagę specjalistów w kraju i na świecie. Na przykład S.G. Lechnicki w swoich książkach: „Anizotropnyje plastinki” (Gos. Izd. Techn. Teor. Liter., Moskwa 1957) i „Teoria uprugosti anizotropnogo tela” (Moskwa 1977) powołuje się na wyniki prac otrzymane przez Witolda Nowackiego, Zofię Mossakowską, Jerzego Mossakowskiego, Zbigniewa Kączkowskiego i Marka Sokołowskiego, porównaj [1-8].

Do wydania „Flächentragwerke” K. Girkmanna z roku 1959 trafiły również inne rezultaty uzyskane w IPPT, np. [9-13].

Prace nad teorią powłok sprężystych prowadził współpracownik Jerzego Mossakowskiego, Zbigniew F. Baczyński. Obok analizy naprężeń cieplnych w cienkiej powłoczce hiperbolicznej, wg teorii klasycznej, oraz rozwiązania problemu termoelastostatyki dla obszaru ograniczonego powierzchniami kulistymi i stożkowymi, Z.F. Baczyński zaproponował nieliniową teorię powłok sprężystych w oparciu o teorię ciała sprężystego z więzami, porównaj [14-17].

Stefan Owczarek podał rozwiązanie dwuwymiarowego zagadnienia elastostatyki dla jednorodnego izotropowego prostokąta obciążonego na brzegu za pomocą szeregów potęgowych i w oparciu o tzw. metodę funkcji początkowych (porównaj W.Z. Własow i A.I. Łurie), porównaj [18].

Analizę naprężeń w obszarze jednorodnego anizotropowego prostokąta obciążonego na brzegu, opierającą się na rozwinięciu rozwiązania w szereg kwaziortogonalnych

funkcji własnych, podali Ryszard Wojnar i Jean-Paul Boehler (Institut de mécanique, Grenoble), porównaj [19].

Termosprężystość

Koniec lat pięćdziesiątych znamionuje przejście od problemów elastostatyki izotermicznej do zagadnień termosprężystości statycznej i dynamicznej. Zainteresowanie naprężeniami cieplnymi wiąże się z poszukiwaniem nowych rozwiązań w technice lotniczej i maszynowej, a także z projektowaniem elektrociepłowni jądrowych.

Witold Nowacki (1911-1986) zgromadził w tym okresie grupę pracowników, której działalność zaowocowała licznymi oryginalnymi wynikami. Powstało wiele ścisłych i przybliżonych rozwiązań zagadnień termosprężystości dla ciał o rozmaitych kształtach i różnych sposobach ogrzania. Otrzymano m.in.: 1) rozwiązania osobliwe przedstawiające odpowiedź układu na działanie źródeł ciepła; 2) rozkłady naprężeń wywołane nieciągłymi polami temperatury; oraz 3) rozszerzenia tych rozwiązań na pola sprężone.

Wyniki te zostały zebrane najpierw w monografii W. Nowackiego „Problemy termosprężystości”, Warszawa 1961, cytowanej przez A.I. Luriego w „Teorii uprugosti”, Moskwa 1970. Następnie Witold Nowacki wydał książkę „Thermoelasticity”, Reading, Mass. 1962 (rozszerzoną i wznowioną w roku 1986). Dzieło W. Nowackiego z roku 1962 jest wielokrotnie cytowane w artykułach i monografiach z termosprężystości, które są publikowane po dzień dzisiejszy, porównaj [20, 21].

Praca Marka Sokołowskiego [22] z 1960 roku o naprężeniach cieplnych w kuli i walcu wykonanych z materiału o własnościach zależnych od temperatury została przetłumaczona w roku 1961 przez United States Army Air Force i jest cytowana również w monografii Funga. Niektóre z prac z termosprężystości powstałe w IPPT w tym okresie zainicjowały badania uczonych zagranicznych w Anglii i w Stanach Zjednoczonych. W wyniku współpracy Zbigniewa Olesiaka z I.N. Sneddonem (UK) otrzymano ściśle rozwiązanie problemu termosprężystości dla ciała ze szczeliną kołową [23]. Rozwiązanie to jest cytowane w wielu monografiach krajowych i zagranicznych, w szczególności przez J.S. Uflanda w monografii o przekształceniach całkowitych [24].

W tej ostatniej książce znajdujemy również odsyłacze do prac [7, 25-28].

W roku 1960 amerykańska grupa Eli Sternberga rozwinęła wynik Józefa Ignaczaka [29] o ustalonych naprężeniach cieplnych w długim walcu z nieciągłym ogrzaniem jego poboczniczy na analogiczny przypadek problemu nieustalonego w czasie [30]. Tematykę tę podjął w późniejszych latach Tadeusz Roźnowski, co zaowocowało jego monografią [31] o ruchomych źródłach ciepła w termosprężystości, wydaną po polsku i przełożoną na język angielski w roku 1989, a cytowaną np. w monografii Nody, Hetnarskiego i Tanigawy [32]. W tym okresie rozwoju termosprężystości powstały również pewne symbole. I tak, wykres nieustalonych naprężeń cieplnych w półprzestrzeni sprężystej wywołanych nagłym ogrzaniem brzegu, otrzymany przez Ryszarda Hetnarskiego [33] w roku 1961 stał się znakiem (logo) czasopisma „Journal of Thermal Stresses” i międzynarodowych konferencji „Thermal Stresses”. Ten wynik Hetnarskiego stanowił rozwinięcie pracy Walentyny Iwanowny Daniłowskiej z roku 1950 [34]. Praca

uczonej rosyjskiej była również uogólniana w latach późniejszych w związku z rozwojem technik laserowych, porównaj [35].

Elastodynamika

Obok rozwiązań klasycznej i sprężonej termosprężystości, w latach 1961-65 uzyskano kompletny opis elastodynamiki izotermicznej w naprężeniach i przy pomocy tego opisu podano rozwiązania szeregu zagadnień, które przedtem w opisie przemieszczeniowym były nieznanne; w szczególności podano nowe rozwiązania opisujące fale powierzchniowe w niejednorodnej półprzestrzeni sprężystej oraz zaproponowano tensorową klasyfikację fal sprężystych, porównaj [36-39].

Również dzięki temu opisowi M.E. Gurtin podał splotowe naprężeniowe zasady wariacyjne elastodynamiki, których odpowiedniki nie są znane w klasycznej elastostatyce (porównaj M.E. Gurtin, *Handbuch der Physik*, Bd. VIa/2, Springer 1972).

Naprężeniowy opis elastodynamiki wg Józefa Ignaczaka trafił również do książek akademickich dla studentów w świecie zachodnim i w Polsce, porównaj (i) „Elastodynamics”, A.C. Eringen, E.S. Şuhubi, vol. II, Academic Press 1975; (ii) „Continuum mechanics”, D.S. Chandrasekharaiah, L. Debnath, Academic Press 1994; oraz (iii) „Teoria sprężystości”, Witold Nowacki, PWN, Warszawa 1970.

Wyniki Józefa Ignaczaka zostały także uogólnione na dynamiczną termosprężystość przez D.E. Carlsona [20] i na dynamiczną lepkosprężystość przez M.J. Leitmana [40]. W monografii Leitmana znajdują się również odsyłacze do artykułu Witolda Nowackiego [41] z 1959 na temat naprężeń cieplnych w przestrzeni lepkosprężystej, do artykułu Wacława Olszaka i Piotra Perzyny [42] z roku 1959, artykułu Sylwestra Kaliskiego i Witolda Nowackiego [43] z roku 1964, a także do twierdzenia Józefa Ignaczaka o zupełności z 1963 r., porównaj [36].

Sprężystość ośrodka stochastycznego

Kazimierz Sobczyk [44] przedstawił ogólny formalizm analizy rozpraszania fal sprężystych w ośrodku nieograniczonym zawierającym przypadkowy rozkład identycznych, skończonych elementów rozpraszających o dowolnym kształcie oraz rozwiązanie pewnych problemów dotyczących rozpraszania fali sprężystej na konfiguracji elementów sferycznych. Dla problemu rozpraszania poprzecznej fali sprężystej na elementach sferycznych, które znajdują się tylko w prawej półprzestrzeni otrzymano wyrażenia dla średniego poprzecznego pola sumarycznego w dowolnym punkcie w lewej i prawej półprzestrzeni. Wyrażenia te pozwalają interpretować półprzestrzeń zawierającą przypadkowy rozkład elementów sferycznych jako pewien równoważny, zmodyfikowany ośrodek jednorodny o odpowiednich zastępczych parametrach sprężystych; np. ośrodek ten odbija część energii pola padającego z zastępczym współczynnikiem odbicia zależnym od rozmiaru, rozkładu prawdopodobieństwa i własności mechanicznych elementów rozpraszających.

Barbara Gambin we współpracy z Ute Bahr z Uniwersytetu w Dreźnie podała rozwiązanie zagadnienia warstwy brzegowej występującej przy przejściu fali przez sprężysty ośrodek losowy, porównaj [45].

Dynamiczna termolepkosprężystość

Wojciech Krzysztof Nowacki i Bogdan Raniecki uogólnili metodę Goodiera kwazistatycznej termosprężystości na przypadek dynamicznej niesprężonej termosprężystości i termolepkosprężystości. To uogólnienie zilustrowali rozwiązaniem jednowymiarowego problemu uderzenia termicznego na półprzestrzeń, porównaj [46-48].

Kazimierz Sobczyk, w oparciu o sprężone równania termosprężystego w półprzestrzeni ograniczonej powierzchnią z nierównościami losowymi, gdy na tej powierzchni zadany jest losowy rozkład temperatury, a wektor naprężeń znika, porównaj [49].

Jan A. König podał uogólnienie twierdzenia Melana o adaptacji konstrukcji sprężystej na przypadek konstrukcji o własnościach sprężystych zależnych od temperatury, porównaj [50].

Sprężystość a teoria pękania

Marek Sokołowski [51] pokazał, że klasyczna elastostatyka jest przydatnym narzędziem do śledzenia procesu w materiałach kruchych i kwazikruchych poddanych obciążeniom statycznym. Teoria ta wymaga modyfikacji dopiero w przypadku analizy procesów pękania ciał o istotnie niesprężystych własnościach – plastycznych, lepkich itp., jak również przy rozpatrywaniu dynamiki procesów pękania. Marek Matczyński i G. Kuhn [52] zbadali pasmo sprężyste, zawierające półnieskończoną szczelinę poddaną okresowym w czasie wymuszeniom kinematycznym na brzegach.

Nieliniowa teoria sprężystości

Tę dziedzinę teorii sprężystości rozwinął Zbigniew Wesołowski, publikując szereg nowych wyników [53-56], dotyczących skończonych deformacji takich elementów konstrukcyjnych, jak belka, walec i kula. Wyniki te, jak również praca Henryka Zorskiego [57] poświęcona małym deformacjom nałożonym na duże, zostały zauważone w artykule monograficznym Knopsa i Wilkesa [58], a także w tomie pierwszym „Finite motions” (1974) dzieła Eringena i Şuhubięgo „Elastodynamics”.

Wspólna praca Zhong-Henga i Wojciecha Urbanowskiego [59] o stateczności układów niezachowawczych w teorii sprężystości świadczy o dalekosiężnym impakcie nauki polskiej w tamtym okresie.

Zatem, z początkiem lat sześćdziesiątych nastąpił zwrot zainteresowań niektórych badaczy z IPPT w kierunku nieliniowej teorii sprężystości statycznej i dynamicznej. Wynikiem tych zainteresowań są m.in. książki Zbigniewa Wesołowskiego i Czesława Woźniaka, które zawierają cenne wskazówki dla młodych entuzjastów nauki, porównaj [60-63].

Książki Z. Wesołowskiego i Cz. Woźniaka zostały wydane przez IPPT w serii „Biblioteka Mechaniki Stosowanej” zapoczątkowanej w roku 1956. W serii tej wydane zostały również monografie [64-67].

Na uwagę zasługują również: (i) wynik o zginaniu i rozciąganiu pasa gumowego wzmocnionego nierozciągliwym włóknem otrzymany w ramach nieliniowej teorii sprężystości przez Mariana Dudziaka i Janusza Mielniczuka [68] oraz (ii) równania

dynamiki membrany sprężystej wzmocnionej włóknami, które zaproponował Andrzej Gałka [69].

Sprężystość niesymetryczna

Teoriami ośrodków typu Cosseratów, w których odrzuca się założenie o symetrii tensora naprężeń zajęli się m.in.: W. Nowacki, M. Sokołowski, J. Ignaczak i J. Dyszlewicz. Prowadzili oni badania w zakresie niesymetrycznej teorii sprężystości, zarówno statycznej, jak i dynamicznej.

Innymi kierunkami badań w tym okresie były nielokalne teorie sprężystości stanowiące pomost pomiędzy opisem dyskretnym ciała stałego metodami fizyki statystycznej a opisem ciągłym opartym na klasycznej teorii sprężystości. I.A. Kunin w swojej książce „Teorija uprugich sred s mikrostrukturoj – nielokalnaja teorija uprugosti” („Nauka”, Moskwa 1975) cytuje, prócz monografii W. Nowackiego, szereg innych prac powstałych w IPPT z tej dziedziny, np. [70-73].

Teoria dyslokacji i pola połączone

Dziedziną, która w latach sześćdziesiątych wydzieliła się z teorii sprężystości, jest teoria dyslokacji. Zafascynowali się nią tacy badacze jak: Henryk Zorski, Marek Żórawski, Elżbieta Kossecka, Dominik Rogula, Andrzej Radowicz, Andrzej Trzęsowski i Łukasz Turski, porównaj [74-76].

Jeśli chodzi o teorię pól połączonych, która opisuje wpływ na stan odkształcenia ciała takich pól jak: termiczne, chemiczne, elektryczne i magnetyczne, to na uwagę zasługują prace Sylwestra Kaliskiego. Tematykę tę rozwijał we Francji Gérard Maugin, porównaj [77, 78].

Teoria kompozytów sprężystych

W teorii tej zagadnieniem podstawowym jest określenie uśrednionych własności kompozytu na podstawie geometrii i własności materiałowych jego składników. Sięga ono prac A. Einsteina (1906), W. Voigta (1910), A. Reussa (1929) i J.D. Eshelby'ego (1957). Podejście matematyczne do tego zagadnienia może być stochastyczne, jak w pracach Kazimierza Sobczyka [79], który analizował metodami rachunku zaburzeń zagadnienia falowe lub deterministyczne. Czesław Eimer [80, 81] podjął tematykę kompozytów już w latach sześćdziesiątych, widząc w niej podstawową dyscyplinę pozwalającą opisać zachowanie betonu. Zwrócił przy tym uwagę na konieczność uwzględnienia warstwy granicznej przy formułowaniu zagadnień brzegowych dla takich ośrodków. Zagadnienie to rozwinął Andrzej Trzęsowski, porównaj [82].

Elastoptyka

Badania elastoptyczne dostarczają tylko częściowej informacji o stanie odkształcenia ośrodka i metody teorii sprężystości pozwalają uzupełnić te dane. Wojciech Szczepiński [83] podał metodę, zwaną metodą charakterystyk wyznaczenia odkształceń modelu elastoptycznego na podstawie samych tylko izochrom, bez uwzględniania izoklin.

Ryszard Wojnar zaproponował metodę określania dynamicznego pola naprężeń w izotropowej płycie elastoptycznej, polegającą na kombinacji obrazu izochrom otrzymanych doświadczalnie z rozwiązaniem naprężeniowego równania ruchu, porównaj [84, 85].

Inna propozycja Wojnara [86], dotycząca zastosowania w elastoptyce uogólnionych macierzy Jonesa, została wykorzystana w pracach uczonych z Politechniki Warszawskiej i w książce Theocarisa i Gdoutosa, porównaj [87-89].

Wojnar [90] podał również nowy sposób wyznaczania współczynnika Poissona, wykorzystując rozwiązanie teorii sprężystości dla czystego zginania belki pryzmatycznej oraz odbiciową metodę mory.

Marian Rogoziński wzbogacił technikę pomiaru odkształceń metodą mory w ciekawy sposób, proponując zastosowanie rastra sześciokątnego.

Podobnie jak i w innych działach teorii sprężystości, analizę elastoptyczną wspomagały w tym czasie elektroniczne maszyny cyfrowe. O ile na początku, maszyny te pełniły tylko rolę szybkich kalkulatorów, to po wynalezieniu metody elementów skończonych obliczenia komputerowe stały się zupełnie samodzielnymi gałęziami wiedzy. Nie można nie wspomnieć o pionierskiej działalności na tym polu Jana Szmeltera, który był wprawdzie profesorem WAT, tym niemniej przez pewien czas prowadził prace nad obliczaniem zapór wodnych wraz z grupą Romana S. Doroszkiewicza (IPPT). W pracach tych łączono wyniki badań elastoptycznych i wyniki numeryczne uzyskiwane energetyczną metodą siatek, porównaj [91].

Termodynamika

Włodzimierz Wojno [92] zaproponował nieliniowy termodynamiczny model materiału sprężysto-reologicznego, w którym tensor odkształcenia Lagrange'a jest sumą odkształcenia sprężystego i niesprężystego, a związki konstytutywne są analogiczne do tych z teorii hypersprężystości.

Krzysztof Wilmański opracował zarys termodynamiki ośrodków ciągłych, w którym omówił takie zagadnienia jak: 1) propagacja powierzchni osobliwych, 2) materiały termosprężyste, 3) termodynamika reakcji chemicznych, 4) teoria równań konstytutywnych, 5) twierdzenie I-Shih Liu i jego konsekwencje dla termodynamiki, 6) termodynamika mieszanin oraz 7) propagacja fal akustycznych w ośrodku dyssypatywnym, porównaj [93].

Tematyka badań w okresie 1977-2001

Podsumowaniem prac z teorii sprężystości prowadzonych w IPPT w latach 1952-1976 i zapowiedzią kierunków dalszej działalności w tej dziedzinie jest dzieło zbiorowe „Sprężystość” (PWN, Warszawa 1978) po redakcją M. Sokołowskiego. Współautorami są: Z. Mossakowska (Samonapężenia i dyslokacje), W. Nowacki (Teoria sprężystości), M. Sokołowski (Termosprężystość) i Z. Wesołowski (Nieliniowa teoria sprężystości), porównaj [94].

Rok 1978 jest też rokiem założenia czasopisma „Journal of Thermal Stresses” przez R.B. Hetnarskiego, wychowanka Instytutu, a wtedy profesora w Rochester Institute of Technology.

W ramach mechaniki pękania zbudowano modele szczeliny dla podstawowych typów obciążenia (M. Matczyński, M. Sokołowski). Wyznaczono też siły oddziaływania pola zewnętrznego na szczelinę i szczelin na siebie (M. Matczyński, M. Sokołowski, H. Zorski). Ponadto podano równania ruchu szczelin poruszających się ze stałą prędkością i zbadano ich zachowanie pod wpływem obciążeń okresowych (M. Matczyński), porównaj [95, 96].

Ewa Turska [97] zajęła się zagadnieniami pękania. Rozpatrywała m.in. zagadnienie ruchu szczeliny w nieograniczonym ośrodku sprężystym przy założeniach liniowej teorii sprężystości.

Termosprężystość z czasami relaksacji

Sylwester Kaliski był jednym z pierwszych uczonych w IPPT, który zaczął uprawiać termosprężystość z czasami relaksacji, porównaj [98].

W termosprężystości z jednym czasem relaksacji zarówno pola mechaniczne, jak i termiczne propagują się ze skończonymi prędkościami.

W okresie od powstania do chwili obecnej w czasopiśmie „Journal of Thermal Stresses” i w wydawnictwach pokrewnych opublikowano dziesiątki artykułów z tej dziedziny, napisanych m.in. przez J. Ignaczaka i jego współpracowników, porównaj [99-102]. Wśród tych artykułów na uwagę zasługują prace zawierające twierdzenia o obszarze wpływu dla anizotropowych niejednorodnych termosprężystych ciał z czasami relaksacji (modele L-S i G-L), ścisłe rozwiązanie jednowymiarowego problemu dynamicznej termosprężystości dla półprzestrzeni (modele L-S i G-L) oraz rozwiązanie problemu Rayleigha-Lamba w termosprężystości z dwoma czasami relaksacji. Twierdzenia o obszarze wpływu były rezultatem owocnej współpracy między IPPT i Uniwersytetem w Neapolu w latach 1985-86 (J. Ignaczak – B. Carbonaro – R. Russo). Ponadto na uwagę zasługują modele nieliniowej termosprężystości przenoszące fale solitonopodobne, zaproponowane przez R.B. Hetnarskiego i J. Ignaczaka, porównaj [103].

Alternatywne modele ciała termosprężystego, w którym zaburzenia propagują się ze skończonymi prędkościami zaproponowali również: Witold Kosiński, Piotr Perzyna i V.A. Cimmelli oraz A.E. Green, P.M. Naghdi i D.Y. Tzou, porównaj [104-107].

Na to, jak płodną dziedziną okazała się uogólniona termosprężystość, wskazuje wynik J. Ignaczaka opisujący propagację fal w warstwie i prowadzący do powstania teorii wielomianów termosprężystości, porównaj [108].

Sprężystość niesymetryczna

W tym okresie grupa Witolda Nowackiego kontynuuje badania w dziedzinie niesymetrycznej teorii sprężystości. Do prac tych włączają się ośrodki zagraniczne, zwłaszcza szwedzkie (do roku 1985 organizowane są sympozja polsko-szwedzkie).

Pewnym uwieńczeniem działalności w dziedzinie niesymetrycznej sprężystości było dzieło Witolda Nowackiego „Theory of asymmetric elasticity” (PWN Warszawa, Pergamon Press Oxford) opublikowane w roku 1986, na krótko przed śmiercią Autora. Uzupełnieniem tego dzieła jest wydana po śmierci Witolda Nowackiego monografia Janusza Dyszlewicza [109].

Tensor sprężystości i symetria praw fizycznych

Jan Rychlewski ze współpracownikami (Janina Ostrowska-Maciejewska, Andrzej Blinowski) badał strukturę matematyczną tensora sprężystości. Nadając ścisłą postać matematyczną znanym uwagom Piotra Curie o symetrii przyczyn i skutków w układach fizycznych udowodnił twierdzenie o możliwości sprowadzenia każdej anizotropowej funkcji do funkcji izotropowej z dodanymi tensorami parametrycznymi odpowiedzialnymi za anizotropię. Wyniki te zostały zebrane w monografii: J. Rychlewski „Symetria przyczyn i skutków” (PWN, 1991).

Fundamentalne, acz nieoczekiwane wnioski otrzymano rozważając najprostsze, ale i najważniejsze dla zastosowań – prawo Hooke’a. Tensorem parametrycznym opisującym anizotropię ciała sprężystego jest tu tensor sztywności. Rozwinięto dwa podstawowe rozkłady tensora sztywności: rozkład spektralny (1984), wprowadzając pojęcie stanów własnych i modułów sztywności nazwanych modułami Kelvina oraz rozkład izotropowy (2000) wydzielający z tensora sztywności jednoznacznie określoną część izotropową i część całkowicie bezśladową.

Podane rozkłady są wielokrotnie cytowane w nowych pracach z tej dziedziny. Pozwoliły m.in. na wykrycie klasy materiałów anizotropowych przewodzących fale podłużne tak, jak materiały izotropowe oraz materiałów istotnie anizotropowych, ale o jednakowym module ścinania dla każdej pary kierunków, porównaj [110-112].

Sprężystość ośrodków z mikrostrukturą i homogenizacja

W latach 1990-2000 w IPPT prowadzono również badania własności zastępczych niejednorodnych ośrodków sprężystych, takich jak: kompozyty, ośrodki porowate, ośrodki niejednorodne modelujące tkankę biologiczną i inne. Czesław Woźniak i Zbigniew Baczyński zaproponowali nową teorię laminatów mikroperiodycznych, sprężystych i termosprężystych z mikrostrukturą, porównaj [113-115].

Józef Joachim Telega i jego współpracownicy rozwinęli teorię kompozytów opartą na metodach homogenizacji. Podano m.in.: (i) wzory homogenizacyjne dla mikroperiodycznych ośrodków sprężystych poddanych działaniu pól termicznych, (ii) analizę projektowania optymalnego płyt i powłok z wykorzystaniem metod relaksacji i homogenizacji, (iii) metodę sterowania anizotropowych niejednorodnych układów sprężystych, porównaj [116, 117].

Wykorzystując wyższe człony rozwinięcia w asymptotycznej teorii homogenizacji Barbara Gambin wraz z Ekkehartem Kroenerem z Uniwersytetu w Stuttgarcie otrzymała nielokalne związki konstytutywne dla materiału sprężystego o periodycznej niejednorodności. Związki te stanowią punkt wyjścia do teorii propagacji fal w kompozytach uwzględniającej efekt skali, a więc zjawiska dyspersji, rozpraszania i tłumienia, porównaj [118-120].

Szczególnym przypadkiem ciał z mikrostrukturą są ośrodki porowate. W oparciu o teorię homogenizacji opracowano stacjonarny i niestacjonarny model przepływu cieczy lepkiej przez mikroporowaty ośrodek sprężysty. Podano także opis dyfuzji w periodycznym ośrodku porowatym z nieliniowym równaniem ciepła, porównaj [121, 122].

Pseudosprężystość materiałów z pamięcią kształtu

Od wykrycia zjawiska pamięci kształtu w stopach nitynolu (Nikel-Titanium alloy) przez Buehlera w roku 1962 do chwili obecnej zaproponowano szereg modeli tego stopu. Jeden z nich podał Krzysztof Wilmański wraz z Ingo Muellerem, porównaj [123].

Bogdan Raniecki, Kikuaki Tanaka i Christian LExcellent w ramach współpracy naukowej IPPT z ośrodkami naukowymi Japonii (Tokyo Metropolitan Institute of Technology) i Francji (Uniwersytet w Besanon) zaproponowali jedną z pierwszych w świecie trójwymiarową teorię termodynamiczną zjawiska pseudosprężystości objawiającego się w formie zamkniętej pętli histerezy przy odkształcaniu stopów nowej generacji z pamięcią kształtu. Teoria ta znalazła duży oddźwięk w literaturze i była do tej pory ponad 100-krotnie cytowana (wg ISI Web of Science, <http://zatoka.icm.edu.pl>), porównaj [124-126].

Teoria Ranieckiego-LExcellent-Tanaki (RLT) została częściowo zweryfikowana doświadczalnie w IPPT, porównaj [127].

Pewną ramifikacją teorii RLT jest zaproponowany przez Ranieckiego i Tanakę model nieliniowego ciała sprężystego z martenzytycznymi przemianami fazowymi [128].

Podstawy mikrotermomechaniki przemian fazowych zostały przedstawione w obszernej pracy B. Ranieckiego w książce „Podstawy termomechaniki materiałów z pamięcią kształtu” (red. W.K. Nowacki, IPPT, 1996).

Sprężystość, dyskretyzacja i teoria pola

Jan J. Sławianowski oraz jego współpracownicy, m.in. Anna Sławianowska, Małgorzata Seredyńska, Andrzej Trzęsowski oraz Jacek Zawistowski zajmowali się zastosowaniem teorii skończenie wymiarowych układów dynamicznych do mechaniki ciał odkształcalnych, zarówno do ośrodków ciągłych, jak i do układów dyskretnych. Teoria ta obejmuje ciała afinicznie sztywne oraz układy z więzami. Innymi obszarami działalności Jana Sławianowskiego oraz jego grupy były nieliniowe teorie pola oraz teoria defektów. Do ważniejszych publikacji w tej dziedzinie należy monografia [129] oraz obszerny artykuł [130].

A. Lissowski i R. Wojnar prowadzili badania nad zjawiskiem krystalizacji metodą siatek Woronoja (Centroidal Voronoi). W wyniku krystalizacji na granicach ziaren gromadza się dyslokacje (pary pięcio- i siedmiokątów), porównaj [131].

Zakończenie

Reasumując widzimy, że dorobek IPPT w dziedzinie teorii sprężystości i dyscyplinach pokrewnych, uzyskany w okresie od powstania Instytutu do chwili obecnej, jest znaczny (podstawowe dzieła powstałe w tym okresie zostały zamieszczone w Do-

datku). Dorobek ten wywarł duży wpływ na rozwój mechaniki teoretycznej i stosowanej w kraju i na świecie w omawianym okresie i jako taki został włączony również do opracowania bibliograficznego polskich źródeł mechaniki [132].

Pewne prognozy rozwoju teorii sprężystości na najbliższe lata w kraju i na świecie zostały podane w osobnym opracowaniu związanym z obchodami pięćdziesięciolecia IPPT PAN, porównaj [133].

Dodatek

Ważniejsze książki z teorii sprężystości wydane przez pracowników IPPT (w porządku alfabetycznym wg autorów)

1. Z.F. Baczyński, *Modelowanie matematyczne elastodynamiki kompozytów warstwowych*, Politechnika Lubelska, Lublin 2002
2. H. Frąckiewicz, *Mechanika ośrodków siatkowych*, PWN, Warszawa 1970
3. J. Ignaczak, *Termosprężystość ze skończonymi prędkościami falowymi*, Ossolineum, Wrocław 1989
4. A. Kacner, *Pręty i płyty o zmiennej sztywności*, PWN, Warszawa 1969
5. M. Kleiber, Cz. Woźniak, *Nonlinear mechanics of structures*, PWN-Kluwer Acad. Publ., Warszawa-Dordrecht-Boston-London 1991, i inne
6. T. Lewiński, J.J. Telega, *Plates, laminates and shells, asymptotic analysis and homogenization*, World Scientific, Singapore 2000
7. W. Nowacki, *Dynamiczne zagadnienia termosprężystości*, IPPT-PAN, Warszawa 1966
8. W. Nowacki, *Teoria sprężystości*, PWN, Warszawa 1970
9. W. Nowacki, *Thermoelasticity*, PWN – Polish Scientific Publishers, Warszawa, Pergamon Press, Oxford, New York, Toronto, Sydney, Paris, Frankfurt 1986
10. J.L. Nowiński, *Theory of thermoelasticity with applications*, Sijthoff and Noordhoff, Alphen aan den Rijn 1978
11. W. Nowacki, Z.S. Olesiak, *Termodyfuzja w ciałach stałych*, PWN, Warszawa 1991
12. W.K. Nowacki (red.), *Podstawy termomechaniki materiałów z pamięcią kształtu*, IPPT, Warszawa 1996
13. W. Olszak (Ed.), *Non-homogeneity in elasticity and plasticity*, Pergamon Press, London 1959
14. W. Olszak, S. Kaufman, Cz. Eimer, Z. Bychawski, *Teoria konstrukcji sprężonych*, t. I, II, PWN, Warszawa 1961
15. T. Rożnowski, *Moving heat sources in thermoelasticity*, Ellis Horwood, Chichester 1989
16. J. Rychlewski, „*CEIHHOCCCTTUV*” *Matematическая структура упругих тел*, Instytut Problemów Mechaniki AN ZSRR, IPPT PAN, Moskwa 1983
17. J. Rychlewski, *Symetria przyczyn i skutków*, PWN, Warszawa 1991
18. J. Sławianowski, *Mechanika analityczna ciał odkształcalnych*, PWN, Warszawa-Poznań 1982
19. M. Sokołowski (red.), *Sprężystość*, w serii *Mechanika techniczna*, tom IV, PWN, Warszawa 1978

20. Cz. Woźniak, *Nieliniowa teoria powłok*, PWN, Warszawa 1966
21. Cz. Woźniak, *Podstawy mechaniki ciał odkształcalnych*, PWN, Warszawa 1969
22. Z. Wesołowski, Cz. Woźniak, *Podstawy nieliniowej teorii sprężystości*, PWN, Warszawa 1970
23. Cz. Woźniak, *Siatkowe dźwigary powierzchniowe*, PWN, Warszawa 1970

Literatura

1. W. Nowacki, *Funkcja naprężeń w zagadnieniach przestrzennych ciała sprężystego z izotropią poprzeczną*, Bull. Acad. Pol. Sci. Sér. Sci. Techn., 2 (1954)
2. Z. Mossakowska, *Funkcja naprężeń dla ciał sprężystych z ortotropią trójosiową*, Bull. Acad. Pol. Sci. Sér. Sci. Techn., 3, 3-6 (1955)
3. J. Mossakowski, *The Michell problem for anisotropic semi-infinite plate*, AMS, 8, 539-548 (1956)
4. W. Nowacki, *Pasma płytowe ortotropowe*, AMS, 3, 23-24 (1951)
5. W. Nowacki, *Beitrag zur Theorie der orthotropen Platten*, Acta Technica Acad. Sci. Hungaricae, 8 (1954)
6. Z. Cywińska, J. Mossakowski, *Powierzchnie wpływowe ortotropowego półpasma płytowego*, AMS, 6, 33-64 (1954)
7. M. Sokołowski, *Pewne zagadnienie płaskie teorii sprężystości ciała ortotropowego*, AMS, 6, 65-92 (1954)
8. Z. Kączkowski, *Obliczanie płyt anizotropowych metodą nakładania ugięć fałdowych*, AMS, 5, 455-496 (1953)
9. W. Nowacki, *Zagadnienia statyki i dynamiki płyt wzmocnionych żebrami*, AMS, 6, 601-638 (1954)
10. J. Mossakowski, *Certaines solutions particulières dans la théorie des plaques orthotropes*, Bull. Acad. Pol. Sci. Sér. Sci. Techn., 2 (1954)
11. W. Olszak, *Plane strain and plane stress systems*, AMS, 1, 255-263 (1949)
12. W. Olszak, Z. Mróz, *Elastic bending of circular plates with eccentric holes (application of the method of inversion)*, AMS, 9, 125-153 (1957)
13. M. Sokołowski, *Über einige Probleme der Elastizitätstheorie orthotroper Körper*, Bull. Acad. Pol. Sci. Sér. Sci. Techn., 2 (1954)
14. Z.F. Baczyński, *Temperature stresses in a thin hyperboloidal shell*, Bull. Acad. Polon., Ser. Sci. Techn., 12, 3, 123-130 (1964)
15. Z.F. Baczyński, *Zagadnienia termosprężystości w obszarach ograniczonych powierzchniami kulistymi i stożkowymi*, Rozprawy Inżynierskie, 16, 1, 33-67 (1968)
16. Z.F. Baczyński, *Nieliniowa teoria powłok sprężystych jako ośrodków z więzami*, Prace IPPT 19/1974, s. 19, Warszawa (1974)
17. Z.F. Baczyński, *Structure of equations and estimation of solutions in nonlinear shell theory*, Archives of Mechanics (Archiwum Mechaniki Stosowanej), 27, 3, 375-384 (1975)
18. S. Owczarek, *Rozwiązanie zagadnień brzegowych w tarczach prostokątnych metodą szeregów potęgowych*, Prace IPPT 34/1976, s. 99, Warszawa (1976)

19. R. Wojnar, *Homogeneous solutions and energy of a linear anisotropic elastic strip*, Archives of Mechanics (Archiwum Mechaniki Stosowanej), **40**, 857-869 (1988)
20. D.E. Carlson, *Linear thermoelasticity w: Handbuch der Physik*, hgb. S. Flügge, Bd. VIa/2, Springer (1972)
21. Y.C. Fung, *Foundations of solid mechanics*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J. (1965)
22. M. Sokołowski, *Napężenia cieplne w powłoce kulistej oraz cylindrycznej w przypadku materiałów o własnościach zależnych od temperatury*, Rozprawy Inżynierskie, **8**, 641-667 (1960)
23. Z. Olesiak, I.N. Sneddon, *The distribution of thermal stress in an infinite elastic solid containing a „penny-shaped” crack*, Arch. Rat. Mech. Analysis, **4** (1960)
24. J.S. Ufland, *Integralnyje preobrazowanija w zadaczach teorii uprugosti*, Moskwa (1963)
25. W. Nowacki, *The stress function in three-dimensional problems concerning an elastic body characterized by transverse isotropy*, Bull. Acad. Pol. Sci. Sér. Sci. Techn., **2** (1954)
26. W. Nowacki, S. Turski, *Zastosowanie całki Fouriera do teorii płyt ortotropowych*, AMS, **3**, 89 (1951)
27. W. Piechocki, *The stresses in an infinite wedge due to a heat source*, AMS, **11**, 93-109 (1959)
28. W. Piechocki, H. Zorski, *Thermoelastic problem for a wedge*, Bull. Acad. Pol. Sci. Sér. Sci. Techn., **7** (1959)
29. J. Ignaczak, *Thermal stresses in a long cylinder heated in a discontinuous manner over the lateral surface*, AMS, **10**, 25 (1958)
30. C.K. Youngdahl, E. Sternberg, *Transient thermal stresses in a circular cylinder*, Brown Univ. Techn. Rep., **8** (1960)
31. T. Roźnowski, *Moving heat sources in thermoelasticity*, Ellis Horwood, Chichester (1989)
32. N. Noda, R.B. Hetnarski, Y. Tanigawa, *Thermal Stresses*, Lastran, Rochester, NY (2000)
33. R.B. Hetnarski, *Coupled one-dimensional thermal shock problem for small times*, AMS, **13**, 295-306 (1961)
34. W.I. Danilowskaja, *Temperaturnyje napriaženija w uprugom poluprostranstwie woznikajuszczije wsledstwie wniezapnogo nagrewa jego granicy*, P.M.M., **14**, 316-318 (1950)
35. A. Gałka, R. Wojnar, *One-dimensional dynamic thermal stresses generated in an elastic half space by laser pulses*, J. Therm. Stresses, **18**, 113-140 (1995)
36. J. Ignaczak, *A completeness problem for the stress equation of motion in the linear theory of elasticity*, AMS, **15**, 225-234 (1963)
37. J. Ignaczak, *Rayleigh waves in non-homogeneous isotropic elastic semi-space*, AMS, **15**, 341-346 (1963)
38. T. Klecha, *Surface stress waves in a nonhomogeneous elastic half-space*, Arch. Mech., **48**, 493-512 (1996)

39. J. Ignaczak, C.R.A. Rao, *A tensorial classification of elastic waves*, J. Acoust. Soc. Am., 93, 17-21 (1993)
40. M.J. Leitman, G.M.C. Fisher, *The linear theory of viscoelasticity w: Handbuch der Physik*, hgb. S. Flügge, Bd. VIa/3, Springer (1973)
41. W. Nowacki, *Thermal stresses due to the action of heat sources in a viscoelastic space*, AMS, 11, 112-125 (1959)
42. W. Olszak, P. Perzyna, *Variational theorems in general viscoelasticity*, Ing. Arch., 28, 241-250 (1959)
43. S. Kaliski, W. Nowacki, *Propagation of magneto-elastic disturbances in visco-elastic bodies*, w: *Stress waves in anelastic solids*, ed. H. Kolsky and W. Prager, pp. 44-45, Springer, Berlin (1964)
44. K. Sobczyk, *Fale sprężyste w dyskretnym ośrodku stochastycznym*, Prace IPPT 5/1974, s. 76, Warszawa (1974)
45. U. Bahr, B. Gambin, *Scattering of an elastic wave from a heterogeneous material*, Arch. Mech., 29, 769-783 (1977)
46. W.K. Nowacki, B. Raniecki, *Note on propagation of thermoelastic (non-coupled) waves*, Proc. Vibr. Probl., 2, 8, 129-143 (1967)
47. W.K. Nowacki, B. Raniecki, *Note on the propagation of thermoelastic and thermoviscoelastic waves w: Progress in Thermo-Elasticity*, Ed. W. Nowacki, 145-157, PWN, Warsaw (1967)
48. W.K. Nowacki, B. Raniecki, *Remarks on the solutions for some dynamic problems of thermoviscoelasticity*, Arch. Mech., 3, 20, 337-346 (1968)
49. K. Sobczyk, *Pole termosprężyste w półprzestrzeni ograniczonej powierzchnią nierówną*, Prace IPPT 29/1967, s. 18, Warszawa (1967)
50. J.A. König, *Adaptacja konstrukcji gdy stałe sprężyste zależą od temperatury*, Prace IPPT 39/1971, s. 22, Warszawa (1971)
51. M. Sokołowski, *Teoria pękania a elastostatyka klasyczna*, Prace IPPT 33/1974, s. 45, Warszawa (1974)
52. G. Kuhn, M. Matczyński, *Elastic strip with a crack under periodic loading*, Arch. Mech., 27, 459-472 (1975)
53. Z. Wesołowski, *The axially symmetric problem of stability loss of an elastic bar subject to tension*, AMS, 15, 383-395 (1963)
54. Z. Wesołowski, *Problems of radial and axial oscillations of an elastic cylinder of infinitesimal length*, Proc. Vibr. Probl., 5 (1964)
55. Z. Wesołowski, *The stability of an elastic sphere uniformly loaded on the surface*, AMS, 16, 1131-1151 (1964)
56. Z. Wesołowski, *The stability of an elastic orthotropic parallelepiped subject to finite elongations*, Bull. Acad. Pol. Sci. Sér. Sci. Techn., 12, 155-160 (1964)
57. H. Zorski, *On the equations describing small deformations superposed on finite deformations*, Proc. Intern. Symposium on Second-Order Effects in Elasticity, Plasticity and Fluid Dynamics, Haifa 1962; Oxford, Pergamon (1964)
58. R.J. Knops, E.W. Wilkes, *Theory of elastic stability w: Handbuch der Physik*, hgb. S. Flügge, Bd. VIa/3, Springer (1973)
59. Zhong-Heng G., W. Urbanowski, *Stability of non-conservative systems in the theory of elasticity of finite deformations*, AMS, 15, 309-321 (1963)

60. Cz. Woźniak, *Nieliniowa teoria powłok*, PWN, Warszawa (1966)
61. Cz. Woźniak, *Podstawy mechaniki ciał odkształcalnych*, PWN, Warszawa (1969)
62. Z. Wesołowski, Cz. Woźniak, *Podstawy nieliniowej teorii sprężystości*, PWN, Warszawa (1970)
63. Cz. Woźniak, *Siatkowe dźwigary powierzchniowe. Podstawy teorii i przykłady obliczeń*, PWN, Warszawa (1970)
64. H. Frąckiewicz, *Mechanika ośrodków siatkowych*, PWN, Warszawa (1970)
65. A. Kacner, *Pręty i płyty o zmiennej sztywności*, PWN, Warszawa (1969)
66. M. Sokołowski, *O teorii naprężeń momentowych w ośrodkach ze związanymi momentami*, PWN, Warszawa (1972)
67. W. Nowacki, *Teoria niesymetrycznej sprężystości*, PWN, Warszawa (1971)
68. M. Dudziak, J. Mielniczuk, *Jednoczesne zginanie i rozciąganie płaskiego pasa gumowego wzmocnionego nierozciągliwym kordem w aspekcie nieliniowej teorii sprężystości*, Prace IPPT 35/1975, s. 15, Warszawa (1975)
69. A. Gałka, *On the dynamics of elastic membranes and cords as slender bodies*, Bull. Acad. Pol. Sci. Sér. Sci. Techn., XXIV, 423-27 (1976)
70. K. Wilmański, C. Woźniak, *On geometry of continuous medium with microstructure*, AMS, 19, 715-723 (1967)
71. Cz. Woźniak, *Dynamic models of certain bodies with discrete-continuous structure*, AMS, 21, 707-724 (1969)
72. D. Rogula, *Moment stresses and the symmetry of the stress tensor in bodies with non-local structure*, Bull. Acad. Pol. Sci. Sér. Sci. Techn., 18, 159-164 (1970)
73. S. Kaliski, Cz. Rymarz, *Fale powierzchniowe w ośrodku ciągłym z oddziaływaniami nielokalnymi*, Biul. WAT, 20 (1971)
74. H. Zorski, *Teoria dyslokacji*, Wyd. PAN, Wrocław (1965)
75. M. Żórawski, *Théorie mathématique des dislocations*, Dunod, Paris (1967)
76. W.W. Kostrow, I.A. Kunin, D. Rogula, *Teoria defektów w ciałach stałych*, Ossolineum, Wrocław (1973)
77. S. Kaliski, *Equations of a combined electromagnetic, elastic and spin field and coupled drift type amplification effect*, Proc. Vibr. Probl., 2, part I: 113-131, part II: 132-145 (1969)
78. G. Maugin, *Sur la dynamique des milieux déformables magnétisés avec spin magnétique*, J. de Mécanique, 13, 75-96 (1974)
79. K. Sobczyk, *Random vibrations of statistically inhomogeneous elastic systems*, Proc. Vibr. Probl., 4 (1970)
80. Cz. Eimer, *Teoria ośrodków wielofazowych*, Mech. Teor. i Stos., 10, 243-258 (1972)
81. Cz. Eimer, *The boundary effect in elastic multiphase bodies*, Arch. Mech., 20, 87-93 (1968)
82. A. Trzęsowski, *Analiza problemu brzegowego w ośrodku wielofazowym*, dysert., IPPT PAN, Warszawa (1971)
83. W. Szczepiński, *A photoelastic method for determining stresses by means of the isochromes only*, Arch. Mech. Stos., 13, 579-584 (1961)
84. R. Wojnar, *A uniqueness theorem for a system of stress equations of motion in linear elasticity*, Bull. Acad. Pol. Sci. Sér. Sci. Techn., 21, 2, 63[105]-67[109] (1973)

85. R.S. Doroszkiewicz, *Elastoptyka – stan i rozwój polaryzacyjno-optycznych metod doświadczalnej analizy naprężeń*, PWN, Warszawa-Poznań (1975)
86. R. Wojnar, *Uogólnione macierze Jonesa i ich zastosowanie w elastoptyce*, VII Sympozjum Badań Doświadczalnych w Mechanice, 28-29 września 1976, IPPT-PW, 489-496, Warszawa (1976)
87. J. Komorowski, J. Stupnicki, *Źródła błędów w odczycie rzędu izochromy przy skośnym prześwietlaniu powierzchniowej warstwy optycznie czynnej*, VIII Sympozjum Doświadczalnych Badań w Mechanice Ciała Stałego, 4-6 września 1978, IPPT-PW, Warszawa (1978)
88. P.S. Theocaris, E.E. Gdoutos, *Matrix theory of photoelasticity*, Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-New York (1979)
89. J. Stupnicki, *Optyczne metody badań w mechanice*, w: *Metody doświadczalne mechaniki ciała stałego*, red. W. Szczepiński, w serii Mechanika techniczna, tom X, PWN, Warszawa (1984)
90. R. Wojnar, *The determination of Poisson's ratio by the moiré method*, Bull. Acad. Pol. Sci. Sér. Sci. Techn., 25, 11-16 (1977)
91. J. Szmelter, *The energy method of networks of arbitrary shape in problems of the theory of elasticity*, w: *Non-Homogeneity in Elasticity and Plasticity*, Ed. W. Olszak, Pergamon Press, London (1959)
92. W. Wojno, *Termodynamika materiałów sprężysto/reologicznych*, Prace IPPT 9/1969, s. 30, Warszawa (1969)
93. K. Wilmański, *Zarys termodynamiki ośrodków ciągłych*, Prace IPPT 6/1975, s. 137, Warszawa (1975)
94. M. Sokołowski (red.), *Sprężystość*, w serii Mechanika techniczna, tom IV, PWN, Warszawa (1978)
95. M. Matczyński, M. Sokołowski, H. Zorski, w: *Defects and fracture*, eds. G. Sih, H. Zorski, Nijhoff, Haga (1982)
96. M. Matczyński, *Thermoelastic problem of two collinear cracks*, Theor. Appl. Fract. Mech., 27, 175-191 (1997)
97. E. Turska, *Stacjonarny ruch szczeliny w polu sił skupionych*, Prace IPPT 21/1981, Warszawa (1981)
98. S. Kaliski, *Wave equation in thermoelasticity*, Bull. Acad. Pol. Sci. Sér. Sci. Techn., 13 (1965)
99. J. Ignaczak, *Generalized thermoelasticity and its applications*, w: *Thermal Stresses*, III, 279-354, R.B. Hetnarski, North-Holland, Amsterdam (1989)
100. M. Jakubowska, *One-dimensional initial-boundary-value problem for semi-space in thermoelasticity with two relaxation times*, Bull. Acad. Pol. Sci. Sér. Sci. Techn., 33, 205-216 (1985)
101. J. Ignaczak, J. Biały, *Domain of influence in thermoelasticity with one relaxation time*, J. Thermal Stresses, 3, 391-399 (1980)
102. R. Wojnar, *Rayleigh-Lamb problem in an infinite thermoelastic plate with relaxation times*, Proc. XVII Yugoslav Congress of Theoretical and Appl. Mech., 149-153 (1986)
103. R.B. Hetnarski, J. Ignaczak, *Nonclassical dynamical thermoelasticity*, Int. J. Solids Structures, 37, 215-224 (2000)

104. W. Kosiński, P. Perzyna, *Analysis of acceleration waves in materials with internal parameters*, Arch. Mech. Stos., 24, 629-43 (1972)
105. V.A. Cimelli, W. Kosiński, *Nonequilibrium semi-empirical temperature in materials with relaxation*, Arch. Mech., 43, 547-59 (1991)
106. D.S. Chandrasekharaiyah, *Hyperbolic thermoelasticity: a review of recent literature*, Appl. Mech. Rev., 51, 705-729 (1998)
107. R.B. Hetnarski, J. Ignaczak, *Generalized thermoelasticity*, J. Thermal Stresses, 22, 451-476 (1999)
108. J. Ignaczak, *Termosprężystość ze skończonymi prędkościami falowymi*, Ossolineum, Wrocław (1989)
109. J. Dyszlewicz, *Boundary and initial boundary value problems of the micropolar theory of elasticity*, Ofic. Wyd. Polit. Wrocł., Wrocław (1997)
110. J. Rychlewski, *On Hooke's law*, PMM 48, 420-435 (1984); English transl.: Prikl. Matem. Mekhan., 48, 303-314
111. J. Rychlewski, *Unconventional approach to linear elasticity*, Arch. Mech., 47, 149-171 (1995)
112. J. Rychlewski, *Elastic waves under unusual anisotropy*, J. Mech. Phys. Solids, 49, 2651-2666 (2001)
113. Z.F. Baczyński, *On modelling thermoelastic processes in layered composites*, Acta Mechanica, 88, 245-251 (1991)
114. C. Woźniak, Z.F. Baczyński, M. Woźniak, *Modelling of nonstationary heat conduction problems in micro-periodic composites*, ZAMM, 76, 4, 223-229 (1996)
115. J. Ignaczak, Z.F. Baczyński, *On a refined heat conduction theory for microperiodic layered solids*, J. Thermal Stresses, 20, 749-771 (1997)
116. R. Wojnar, S. Bytner, A. Gałka, *Effective properties of composites subject to thermal fields*, w: *Thermal Stresses*, V, 257-465, R.B. Hetnarski, Lastran Corporation, Rochester, NY, USA (1999)
117. T. Lewiński, J.J. Telega, *Plates, laminates and shells, asymptotic analysis and homogenization*, World Scientific, Singapore (2000)
118. B. Gambin, E. Kröner, *Convergence problems in the theory of random elastic media*, Int. J. Engn. Sc., 19, 313-318 (1981)
119. B. Gambin, *Opis własności ciał sprężystych losowo niejednorodnych*, Politechnika Poznańska, Materiały dla Studiów Doktoranckich i Podyplomowych, 13, s. 77, (1986)
120. B. Gambin, E. Kröner, *Higher order terms in the homogenized stress-strain relation of periodic elastic media*, Phys. Stat. Sol., 151, 513-519 (1989)
121. J.J. Telega, R. Wojnar, *Flow of electrolyte through porous piezoelectric medium: macroscopic equations*, C.R. Acad. Sci. Paris, 328, Série IIB, 225-230 (2000)
122. R. Wojnar, *Nonlinear heat equation and diffusion in porous media*, Rep. Math. Phys., 44, 291-300 (1999)
123. I. Mueller, K. Wilmanski, *A model of phase transitions in pseudoelastic bodies*, Il Nuovo Cimento 57B, 283-318 (1980)
124. B. Raniecki, Ch. LExcellent, K. Tanaka, *Thermodynamic models of pseudoelastic behaviour of shape memory alloys*, Arch. Mech., 44, 3, 261-284, (1992)

125. B. Raniecki, Ch. Lexcellent, *RL-models of pseudoelasticity and their specification for some shape memory solids*, Eur. J. Mech. A/Solids, 13, 1, 21-50 (1994)
126. B. Raniecki, Ch. Lexcellent, *Thermodynamics of isotropic pseudoelasticity in shape memory alloys*, Eur. J. Mech., A/Solids, 17, 2, 185-205 (1998)
127. B. Raniecki, K. Tanaka, A. Ziólkowski, *Testing and modeling of NiTi SMA at complex stress state – Selected Results of Polish-Japanese Research Cooperation*, Material Science Research International, Special Technical Publication, 2, 327-334 (2001)
128. B. Raniecki, K. Tanaka, *On the thermodynamic driving force for coherent phase transformations*, Int. J. Engng. Sci., 32, 12, 1845-1858 (1994)
129. J. Sławianowski, *Mechanika analityczna ciał odkształcalnych*, PWN, Warszawa-Poznań (1982)
130. A. Trzęsowski, *Nanomaterial clusters as macroscopically small size-effect bodies*, Arch. Mech., 52, 159-197 (2000)
131. A. Lissowski, R. Wojnar, *Computer simulation of Bragg-Nye model of crystallization*, w: *Structured Media*, ed. B.T. Maruszewski, Poznań University of Technology (2002)
132. J.J. Telega, R. Wojnar, *Main Polish historical and modern sources on applied mechanics*, Appl. Mech. Rev., 49, 401-432 (1996)
133. J. Ignaczak, M. Matczyński, J.J. Telega, R. Wojnar, *Materiały sprężyste, Nauki techniczne u progu XXI wieku*, red. M. Kleiber, IPPT PAN, 21-32, Warszawa (2002)

NATO Advanced Research Workshop
on
Nonlinear Homogenization and Its Application to Composites,
Polycrystals and Smart Materials

<http://ippt.gov.pl/NATO-ARW>

June 23-26, 2003, Kazimierz Dolny, Poland

Organizers:

- Józef Joachim Telega, Institute of Fundamental Technological Research, Warsaw, Poland (chairman)
- Pedro Ponte Castaneda, University of Pennsylvania, Philadelphia, USA (co-chairman)
- Toma Roubiček, Charles University, Prague, Czech Republic
- Barbara Gambin, Institute of Fundamental Technological Research, Warsaw, Poland

Key lectures:

1. Gregoire Allaire – *Optimal design of compliant mechanics by the homogenization methods*
2. Kaushik Bhattacharya – *The effective behavior of polycrystals made of active materials. Asymptotic theories for thin films*
3. Andrea Braides – *The passage from discrete to continuous variational problems: a nonlinear homogenization process*
4. Andrej Cherkaev – *Structures of bi-stable inertial elements: waves, averaging, control*
5. Tomasz Lewiński – *Homogenization and optimum design in structural mechanics*
6. Robert Lipton – *Optimal design of Functionally Graded Structures for maximum strength and stiffness*
7. François Murat – *Application of H-convergence to non-linear homogenization. Junction problems between an elastic plate and an elastic beam*
8. Pablo Pedregal – *Optimal design via variational principles*
9. Pedro Ponte Castaneda – *Linear comparison methods in non-linear homogenization: Theory and applications*
10. Tomas Roubiček – *Models of microstructure evolution in smart materials*
11. Pierre Suquet – *Bounds and estimates for nonlinear composites in the light of numerical simulation*
12. Józef Joachim Telega – *Stochastic homogenization*

Besides the key lectures participants will present contributed papers. The participants are high-level specialists in the research field of the Workshop; 13 participants from USA, 36 from 9 different European countries and 1 from Turkey. Total number of participants: 50.