

WYBÓR MODELU DYNAMICZNEGO DLA ANALIZY OBCIĄŻEŃ W PRZEKŁADNI ZĘBATEJ

JERZY OSIŃSKI

Politechnika Warszawska

W pracy przedstawiono analizę wyboru modelu dynamicznego przekładni zębatej. Rozważono zagadnienia: mas wałków napędowych rozłożonych w sposób ciągły (z zastosowaniem modelowania układów dyskretno - ciągłych) i sprzężeń pomiędzy stopniami przekładni. Stwierdzono, że w przypadku dużych mas lub dużych sprzężeń analizy obciążeń w przekładni nie można zrealizować za pomocą modelu przekładni izolowanej

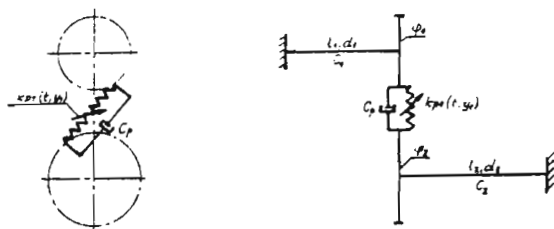
1. Wstęp

Przekładnie zębate są jednym z najważniejszych zespołów występujących w układach napędowych - istotnym problemem jest ocena obciążeń dynamicznych. W obecnych metodach obliczeń stosowano dla oceny przeciążeń dynamicznych z przyczyn wewnętrznych modele przekładni izolowanej (przykładami są model L. Müllera [7,8]), w którym ruch obrotowy został zamieniony na ruch postępowy oraz model przyjęty w projekcie norm ISO/DIS 6336 cz. 41E z maja 1986 r. [4]. W wielu praktycznych przypadkach model przekładni izolowanej stanowi jednak zbyt uproszczenie i prowadzi do niedokładnych wyników - celem pracy jest opracowanie, analiza i porównanie różnych modeli układów z przekładnią zębatą i określenie warunków, w których konieczne jest stosowanie bardziej rozbudowanego modelu dynamicznego. Rozważono dwa istotne problemy - wpływ mas rozłożonych (wałki układu napędowego) i sprzężeń między stopniami przekładni.

2. Analiza wpływu mas rozłożonych

Rozważono model układu z przekładnią jednostopniową przedstawiony na rys.1 złożony z wałków napędowych, brył sztywnych odpowiadającym kołom

zębataj przekładni i nieważkich elementów: sprężystego i tłumiącego modelującego zazębienie. Utwierdzenia końców wałków napędowych przyjęto w miejscach połączenia z elementami o bardzo dużych w stosunku do przekładni momentach bezwładności (silnik, pojazd lub maszyna robocza).



Rys. 1. Dyskretno-ciągły model dynamiczny przekładni jednostopniowej

Rozważono trzy możliwości modelowania układu: model przekładni izolowanej (tylko koła i zazębienie), model dyskretny (wałki traktowane jako nieważkie elementy sprężyste), układ dyskretno-ciągły (wałki traktowano jako układy ciągłe o masach rozłożonych o jednorodnym rozkładzie mas i sztywności). Dla opisu modeli zastosowano metody opracowane w pracach autora ([5,9] dla modeli dyskretnych, [10] dla modeli dyskretno-ciągłych).

Rozważono przykład z danymi liczbowymi:

$$\begin{aligned}
 l_1 &= 0.75[\text{m}], & z_1 &= 18, \\
 d_1 &= 0.0567[\text{m}], & z_2 &= 48, \\
 J_1 &= 0.0058[\text{kgm}^2], \\
 r_1 &= 0.0507[\text{m}], & M_n &= 2256[\text{Nm}], \\
 l_2 &= 1[\text{m}], \\
 d_2 &= 0.0185[\text{m}], \\
 J_2 &= 0.2228[\text{kgm}^2], \\
 r_2 &= 0.1353[\text{m}], \\
 k_{p\ \acute{s}r} &= 7.05 \cdot 10^8[\text{N/M}].
 \end{aligned} \tag{2.1}$$

Dla analizy zagadnienia własnego liniowego układu dyskretno - ciągłego opracowano program "CZEDS" korzystając z pracy [11]. Dla modeli dyskretnych korzystano z wyników przedstawionych w pracach [5,9]. Otrzymane częstości własne przedstawiono w tabl.1 (dla układu dyskretno-ciągłego są to cztery najniższe częstości - dalsze wyższe odpowiadają częstościom własnym wałków i nie mają znaczenia dla obciążeń w przekładni).

Tablica 1

Częstość [1/s]	Model przekładni izolowanej	Model dyskretny	Model dyskretno- ciągły
ω_1	–	1691	1679
ω_2	–	–	10006
ω_3	–	–	12750
ω_4	19251	19682	19863

Na rys.2 przedstawiono postacie drgań własnych dla układu dyskretno-ciągłego (w drugiej i czwartej postaci pominięto wartości maksymalne zbyt duże w przyjętej skali, którą określono ze względu na przedstawienie istotnych dla tematu obciążeń w przekładni zębatej). Dla oceny obciążeń w przekładni określa się przemieszczenie względne wzdłuż linii przyporu:

$$y = r_1\varphi_1 + r_2\varphi_2 \quad (2.2)$$

i współczynnik nadwyżki dynamicznej z przyczyn wewnętrznych:

$$K_v = \max_t \{y k_p / P_{st}\}, \quad (2.3)$$

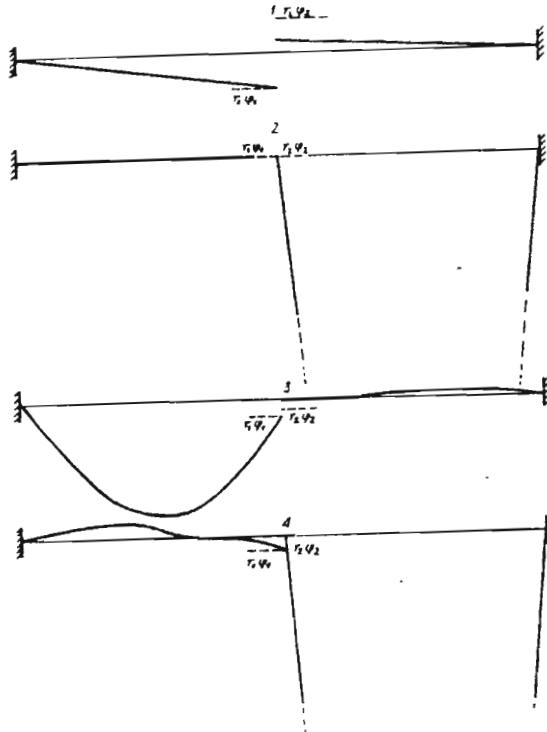
gdzie P_{st} – siła nominalna (przy obciążeniu statycznym).

Na rys.2 liniami przerywanymi przedstawiono względne przemieszczenia kół zębatach. Widoczne jest, że przy pierwszej postaci drgań przemieszczenia względne są prawie równe i przeciwnie skierowane – przemieszczenie y , a więc i obciążenie wzdłuż linii przyporu jest małe. Druga postać odpowiada postaci drgań drugiego wałka – przemieszczenia w przekładni są bardzo małe (całkowicie pomijalne). Znaczne obciążenia w przekładni zębatej występują natomiast przy pracy w strefach częstości ω_3 i ω_4 . Przyczyną pojawienia się częstości ω_3 znacznie niższej od częstości przekładni traktowanej jako układ izolowany jest uwzględnienie mas rozłożonych wałków napędowych – częstość taka nie występuje gdy masy wałków są bardzo małe. Przykładowo jeśli w danych (2.1) zmienimy wartości:

$$\begin{aligned} l_1 &= 0.1[\text{m}], \\ d_1 &= 0.0344[\text{m}], \\ l_2 &= 0.2[\text{m}], \\ d_2 &= 0.0124[\text{m}]; \end{aligned} \quad (2.4)$$

to w modelach dyskretnych nie występują żadne zmiany, zaś najniższe częstości w układzie dyskretno-ciągłym wynoszą:

$$\begin{aligned} \omega_1 &= 1694[1/\text{s}], \\ \omega_2 &= 19610[1/\text{s}], \end{aligned} \quad (2.5)$$



Rys. 2. Postacie drgań modelu dyskretno-ciągłego jednostopniowej przekładni zębatej

(pozostałe wyższe nie mają znaczenia dla przekładni – odpowiadają częstościom własnym wałków napędowych). W przypadku odpowiadającym danym (2.1) dla określenia obciążeń w przekładni zębatej konieczne jest zastosowanie modelu dyskretno-ciągłego (inaczej częstość ω_3 zostanie pominięta).

Układ ten jest bardzo złożony i jego efektywne rozwiązanie wymaga zastosowania metody modelowania poprzez zapis we współrzędnych quasi-normalnych opracowanej w [10] na podstawie pracy [1]. Zgodnie z tą metodą równania ruchu opisujące układ wg rys.1 (przy zapisie równań stosuje się metodę elementów skończonych i równania Lagrange'a II – rodzaju) są przekształcane poprzez zamianę zmiennych:

$$\mathbf{q} = \mathbf{Yz} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{P}_2 \end{bmatrix} \mathbf{z}, \quad (2.6)$$

gdzie: \mathbf{q} – współrzędne uogólnione opisujące układ, \mathbf{z} – współrzędne quasi-normalne, \mathbf{Y} – macierz przekształcenia, $\mathbf{0}$ – macierze zerowe, \mathbf{P}_1 , \mathbf{P}_2 – macierze współczynników postaci drgań części ciągłych (wałków) traktowanych jako niezależne układy. Wartości elementów macierzy \mathbf{P}_1 , \mathbf{P}_2 określono metodą elemen-

tów skończonych. Ilość postaci drgań przyjmowanych w macierzach P_1 , P_2 jest określona zgodnie z warunkami dokładności określonymi w pracy [10] – w danym przykładzie konieczne jest uwzględnienie dwóch częstości walka pierwszego i jednej częstości walka drugiego. Macierz przekształcenia ma postać:

$$Y = \begin{bmatrix} -17.42 & 5.06 & 0 \\ 6.16 & 11.17 & 0 \\ 0 & 0 & 2.12 \end{bmatrix}. \quad (2.7)$$

Po wykonaniu przekształcenia (2.5) otrzymano do rozwiązania układ trzech równań o częstościach własnych odpowiadających ω_1 , ω_3 , ω_4 wg. tabl.1. W układzie tym można przyjąć dowolną złożoną (nieliniową i zmienną w czasie) funkcję opisującą zazębienie.

Problemem podstawowym są drgania parametryczne wywołane zmienną sztywnością zazębienia (zmianą liczby par zębów w przyporze). Najprostszym opisem wzbudzenia parametrycznego jest przyjęcie zależności:

$$k_p(t, y) = ky(1 - \mu \cos \nu t). \quad (2.8)$$

Można również przyjąć wzbudzenie parametryczne z uwzględnieniem oderwań zębów, luzów międzyzębnych lub wprowadzić funkcję opisującą zazębienie wg. modelu L.Müllera. Model ten opracowany przez jego twórcę dla przekładni izolowanej został adaptowany dla układów złożonych w pracy autora i J.Dyka [2] zawierającej pełny opis wszystkich parametrów modelu. Opis wpływu parametrów uzębienia jest w tym przypadku bardzo dokładny – uwzględnione są odchyłki wykonawcze (o rozkładzie losowym lub zdeterminowanym), przedwczesne (nieprawidłowe) wejście zęba w przepór, modyfikacja linii zęba. W częściach ciągłych wprowadza się również własności tłumiące, które mogą być określone analogicznie jak w systemach MES – jako tłumienie proporcjonalne (macierz tłumienia jest sumą macierzy proporcjonalnych do macierzy sztywności i bezwładności) lub jako tłumienie modalne [6] (niezależne przyjęcie współczynników tłumienia dla każdej postaci drgań). W przykładzie numerycznym wykonanym w pracy przyjęto funkcję k_p wg wzoru [8] z danymi liczbowymi:

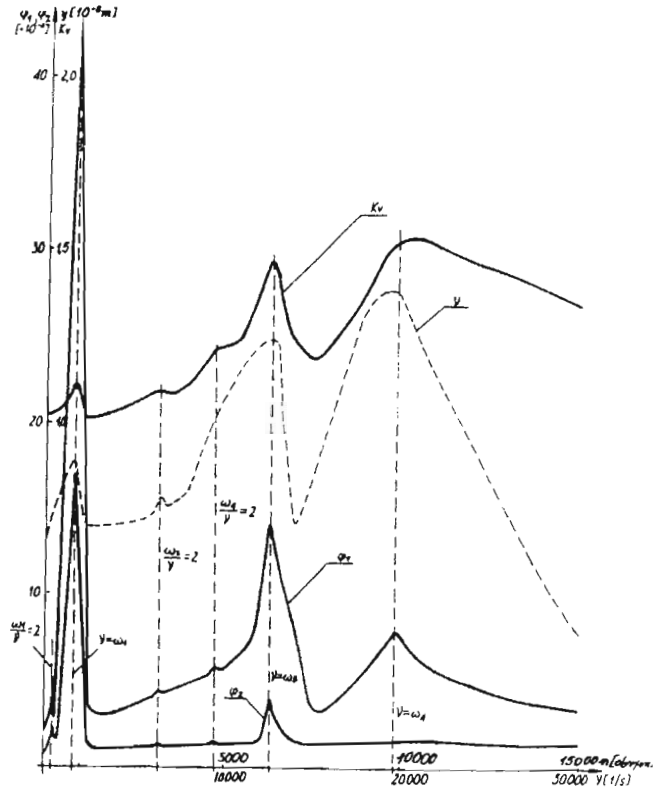
$$k = 7.05 \cdot 10^8 \text{ [N/m]}, \quad (2.9)$$

$$\mu = 0.206,$$

oraz tłumienie:

$$c_p = 14660 \text{ [Ns/m]}, \quad (2.10)$$

$$WM = 0.05,$$

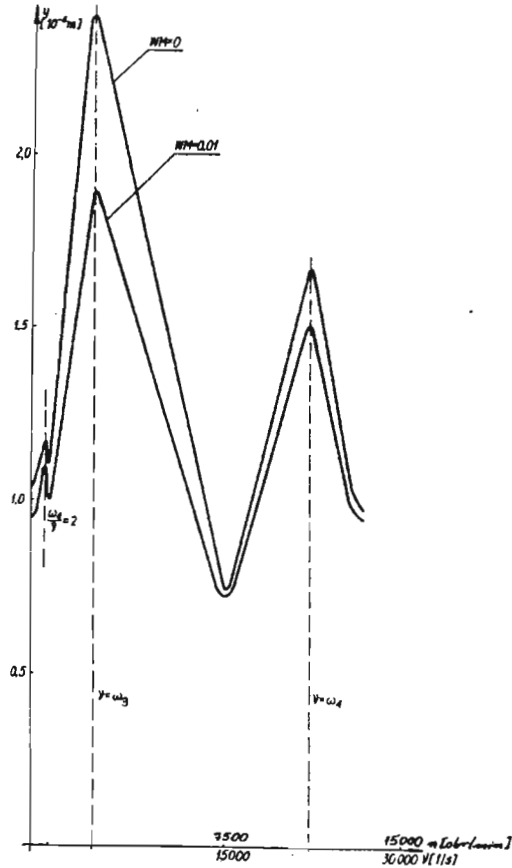


Rys. 3. Wykres rezonansowy modelu dyskretno-ciągłego jednostopniowej przekładni zębatej

gdzie: WM – jest bezwymiarowym współczynnikiem tłumienia w obu wałkach napędowych. Otrzymany z obliczeń wykres rezonansowy przedstawiono na rys.3.

Współrzędne φ_1 , φ_2 znaczne wzmocnienia rezonansowe osiągają przy najniższej częstotliwości, przy wyższych wzmocnienia są mniejsze, ale przemieszczenie y największe wzmocnienie osiąga przy częstotliwości najwyższej (wynika to z postaci drgań – rys.2). Przy częstotliwościach rezonansów pobocznych ($\nu = \omega_i/2$) występują nieznaczne wzmocnienia rezonansowe. Dla pracy przekładni niebezpieczna jest więc strefa częstotliwości ω_3 i ω_4 . Istotny wpływ na występujące wówczas obciążenia ma przyjęty poziom tłumienia, w częściach ciągłych. Na rys.4 przedstawiono wykres rezonansowy w strefie ω_3 , ω_4 dla trzech różnych wartości współczynnika WM – widoczny jest wpływ tłumienia znacznie silniejszy dla ω_3 .

Z przedstawionych obliczeń widoczne jest więc, że w przypadku parametrów układu wg. (2.1) dla oceny obciążeń w przekładni zębatej konieczne jest zastosowanie modelu dyskretno-ciągłego i uwzględnienie rozłożonej masy wałków napędowych



Rys. 4. Wpływ tłumienia w części ciągłej na obciążenie w przekładni.

– inaczej zostanie pominięta strefa rezonansu dla częstości ω_3 i wpływ tłumienia w wałkach napędowych.

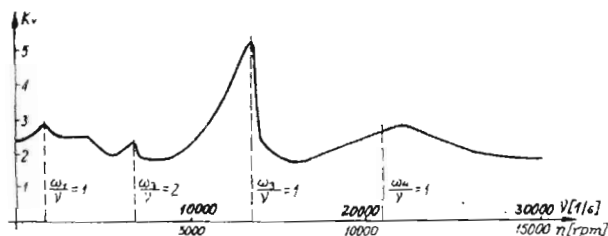
W wielu zastosowaniach przekładni zębatych (np. w pojazdach) zakres pracy występuje poniżej częstości rezonansu dla przekładni izolowanej (w ten sposób przyjęto zakres pracy w nowym projekcie norm ISO/DIS dla przekładni w pojazdach samochodowych) – w tych przypadkach szczególnie istotne jest występowanie częstości ω_3 , która powoduje znaczne obniżenie zakresu niebezpiecznych częstości. W przykładzie wg. (2.1) w ocenie wg. modelu przekładni izolowanej strefa niebezpieczna występuje przy obrotach wejściowych:

$$n_4 = 10500 \text{ [obr/min]}, \quad (2.11)$$

zaś w ocenie wg. modelu dyskretno-ciągłego również przy:

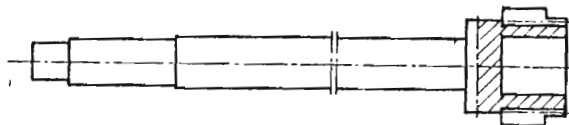
$$n_3 = 6750 \text{ [obr/min]}. \quad (2.12)$$

Różnica jest bardzo znaczna – przyjęcie więc modelu przekładni izolowanej i w konsekwencji pominięcie częstości ω_3 powoduje niewłaściwą ocenę obciążeń w przekładni (na rys.3 przedstawiono wykres współczynnika K_v określonego wg. zależności (2.3) w modelu dyskretno-ciągłym).



Rys. 5. Wykres obciążeń w przekładni zębatej wg. modelu dyskretno-ciągłego z dokładnym opisem sztywności uzębienia

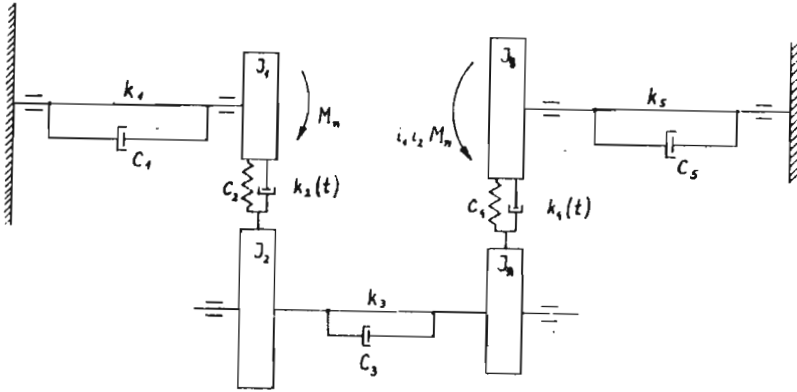
Na rys.5 przedstawiono wykres tego samego współczynnika K_v określonego na podstawie modelu dyskretno-ciągłego z uwzględnieniem dokładniejszego opisu sztywności uzębienia (wg. modelu L.Müllera). Przyjęto równomierny rozkład odchylek wykonawczych o wielkościach odpowiadających dziewiątej klasie dokładności wykonania wg. DIN oraz wymuszenie związane z przedwczesnym wejściem zęba w przypór. Występowanie przeciążeń w strefach częstości własnych ω_3 i ω_4 jest identyczne jak przy uproszczonym opisie zazębienia (wg. (2.8)) – przeciążenia są znacznie większe (wynika to z uwzględnienia dodatkowych przyczyn wzbudzenia występujących w przekładni).



Rys. 6. Przykład zębika (wałka napędowego) o masie rozłożonej

Dla oceny praktycznego znaczenia otrzymanego wniosku należy stwierdzić, że badane w przykładzie pierwsze koło zębate odpowiada typowej sytuacji zębika nacinanego wraz z wałkim (przykład przedstawiono na rys.6 – tak projektowane są wałki wejściowe skrzynek przekładniowych (wałki sprzęgłowe pojazdów). Występuje więc wiele przypadków przekładni zębatych, w których dla analizy obciążeń konieczne jest zastosowanie metody modelowania układów dyskretno-ciągłych.

3. Analiza wpływu sprzężeń pomiędzy stopniami przekładni



Rys. 7. Model dynamiczny przekładni dwustopniowej

Rozważono model przedstawiony na rys.7. Analizę drgań prowadzono w zależności od sztywności wałka k_3 (zmieniano długość przy ustalonej średnicy), pozostałe dane były ustalone – przyjęto wartości:

$$\begin{aligned} l_1 &= 0.1 \text{ [m]}, & d_5 &= 0.0124 \text{ [m]}, & M_n &= 2256 \text{ [Nm]}, \\ d_1 &= 0.0344 \text{ [m]}, & k_{2,4} &= 7.05 \cdot 10^8 \text{ [N/m]} \cdot (1 - 0.206 \cos \nu t), & & (3.1) \\ l_5 &= 0.2 \text{ [m]}, & c_{2,4} &= 14660 \text{ [Ns/m]}, & c_1 &= c_3 = c_5 = 1 \text{ [Ns/m]}. \end{aligned}$$

Analizę przeprowadzono dla różnych liczb zębów (przekładnie przyspieszające i redukujące – wnioski jakościowe są takie same, przedstawiono je na przykładzie przekładni o liczbach zębów:

$$z_1 = z_2 = z_3 = z_4 = 32, \quad (3.2)$$

promieniach zasadniczych:

$$r_1 = r_2 = r_3 = r_4 = 0.0902 \text{ [m]}, \quad (3.3)$$

i momentach bezwładności:

$$J_1 = J_2 = J_3 = J_4 = 0.0446 \text{ [kgm}^2\text{]}. \quad (3.4)$$

Zgodnie z analizą przedstawioną w rozdz.1 układ z danymi (3.1) – (3.4) można opisać modelem dyskretnym. Korzystając z równań Lagrange'a II – rodzaju otrzymano równania ruchu układu:

$$I_1 \ddot{\varphi}_1 + c_1 \dot{\varphi}_1 + c_2 r_1 (r_1 \dot{\varphi}_1 + r_2 \dot{\varphi}_2) + k_1 \varphi_1 + k_2 r_1 (r_1 \varphi_1 + r_2 \varphi_2) = M_n,$$

$$\begin{aligned}
 I_2\ddot{\varphi}_2 + c_2r_2(r_1\dot{\varphi}_1 + r_2\dot{\varphi}_2) - c_3(\dot{\varphi}_3 - \dot{\varphi}_2) + k_2r_2(r_1\varphi_1 + r_2\varphi_2) - k_3(\varphi_3 - \varphi_2) &= 0, \\
 I_3\ddot{\varphi}_3 + c_3(\dot{\varphi}_3 - \dot{\varphi}_2) + c_4r_3(r_3\dot{\varphi}_3 + r_4\dot{\varphi}_4) + k_3(\varphi_3 - \varphi_2) + k_4r_3(r_3\varphi_3 + r_4\varphi_4) &= 0, \\
 I_4\ddot{\varphi}_4 + c_4r_4(r_3\dot{\varphi}_3 + r_4\dot{\varphi}_4) + c_5\dot{\varphi}_4 + k_4r_4(r_3\varphi_3 + r_4\varphi_4) + k_5\varphi_4 &= -i_1i_2M_n. \quad (3.5)
 \end{aligned}$$

Dla analizy modelu opracowano programy:

- SPEK dla obliczeń postaci drgań układu o stałych sztywnościach (przyjęto wartości średnie funkcji $k_{2,4}$),
- DRP2 dla numerycznego rozwiązywania układu równań (3.5).

W przypadku małej sztywności k_3 w układzie występują dwie częstości wysokie odpowiadające drganiom przekładni zębatych i dwie częstości niskie przy których obciążenie przekładni jest minimalne.

Przykładowo dla:

$$k_3 = 100 \text{ [Nm]} \quad (3.6)$$

otrzymane postaci (wartości amplitud odpowiadające częstościom drgań własnych) przedstawiono w tablicy 2.

Tablica 2

częstość [1/s]	Postać drgań			
	φ_1	φ_2	φ_3	φ_4
$\omega_1 = 107$	0.0071	- 0.0072	0.7071	- 0.7071
$\omega_2 = 1057$	- 0.7042	0.7080	0.0072	- 0.0072
$\omega_3 = 16542$	- 0.0071	- 0.0070	0.7071	0.7071
$\omega_4 = 16576$	0.7080	0.7042	0.0071	0.0070

Częstości ω_3 i ω_4 odpowiadają bardzo dokładnie częstości własnej przekładni obliczonej z modelu izolowanego wynoszącej:

$$\omega_i = 16542 \text{ [1/s]}. \quad (3.7)$$

W przypadku sztywności k_3 zbliżonej do sztywności kół zębatych (z uwzględnieniem przeliczenia częstości skrętnych i liniowych) otrzymujemy inny obraz postaci drgań - przykładowo przedstawiono to dla wartości:

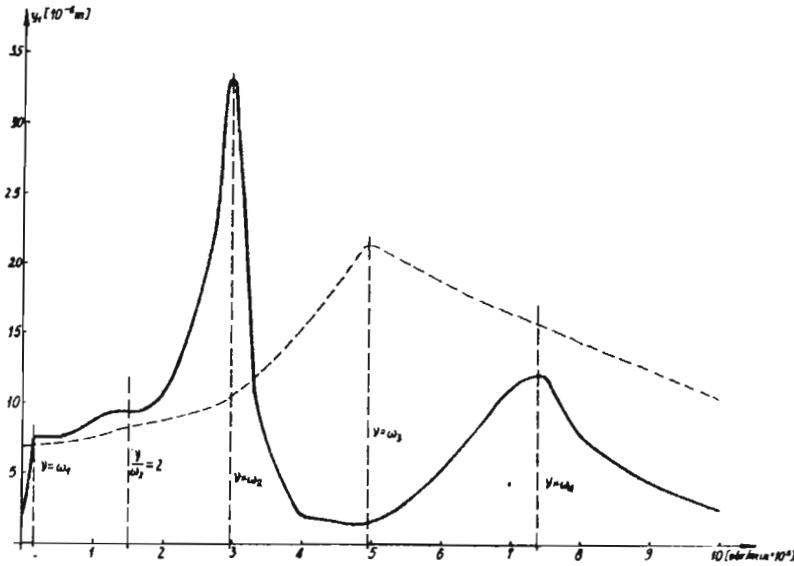
$$k_3 = 1 \cdot 10^7 \text{ [Nm]} \quad (3.8)$$

w tabl.3.

Tablica 3

częstość [1/s]	Postać drgań			
	φ_1	φ_2	φ_3	φ_4
$\omega_1 = 747$	0.4937	- 0.4998	0.5022	- 0.5042
$\omega_2 = 9971$	0.6822	- 0.1912	- 0.1856	0.6790
$\omega_3 = 16559$	- 0.5039	- 0.4977	0.5002	0.4982
$\omega_4 = 24976$	0.1922	0.6807	0.6805	0.1912

Po rozwiązaniu numerycznym układu równań (3.5) dla każdej pary zębatej określano wartości współrzędnej wzdłuż linii przyporu i współczynnika przeciążeń dynamicznych z przyczyn wewnętrznych analogicznie dla wzorów (2.2) i (2.3). Przy dużej sztywności k_3 przemieszczenia obu par zębatych są prawie takie same – wyniki przedstawiono przykładowo dla pierwszej pary na rys.8 (współrzędna y_1).



Rys. 8. Wykres rezonansowy modelu przekładni dwustopniowej

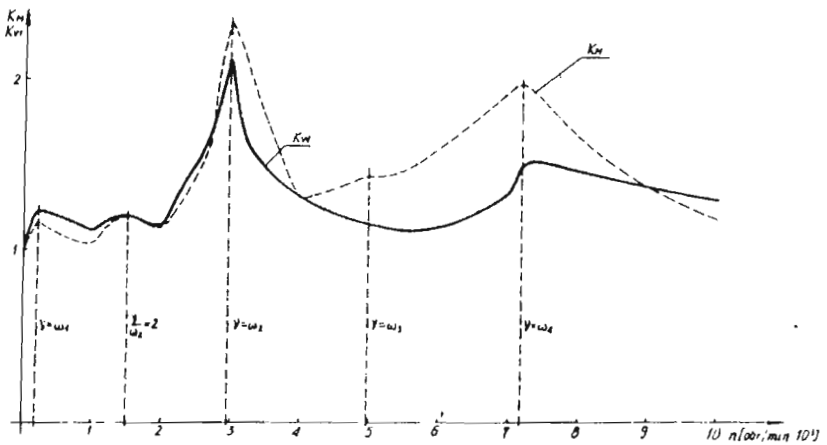
Dla porównania linią przerywaną przedstawiono tę samą współrzędną określoną z modelu przekładni izolowanej – różnice są zasadnicze. Przy częstotliwości ω_3 odpowiadającej modelowi przekładni izolowanej przemieszczenia w modelu przekładni dwustopniowej są bardzo małe – wynika to ze sprzęgnięcia obu stopni przekładni sztywnym wałkiem uniemożliwiającym niezależne drgania obu stopni. W tablicy postaci drgań (tabl.3) wyraża się to przeciwnymi znakami współrzędnych φ_2 i φ_3 przy częstotliwości ω_3 – przemieszczenia w przekładniach wymagają więc znacznego skręcenia wałka k_3 . Odwrotna sytuacja występuje dla częstotliwości ω_2 i ω_4 przy których występuje znaczny wzrost przemieszczeń w obu stopniach.

Na rys.9 przedstawiono wykres współczynnika K_{v1} oraz współczynnika K_M określającego przeciążenie wałka pośredniego określone zależnością:

$$K_M = \max_t k_3(\varphi_2 - \varphi_3)/M_{st}, \quad (3.9)$$

gdzie M_{st} jest statycznym momentem obciążenia wałka k_3 .

Widoczne jest, że przeciążenia są bardzo znaczne – niebezpieczny jest obszar wokół częstotliwości ω_2 . Przy dużej sztywności wałka pośredniego k_3 przekładnie



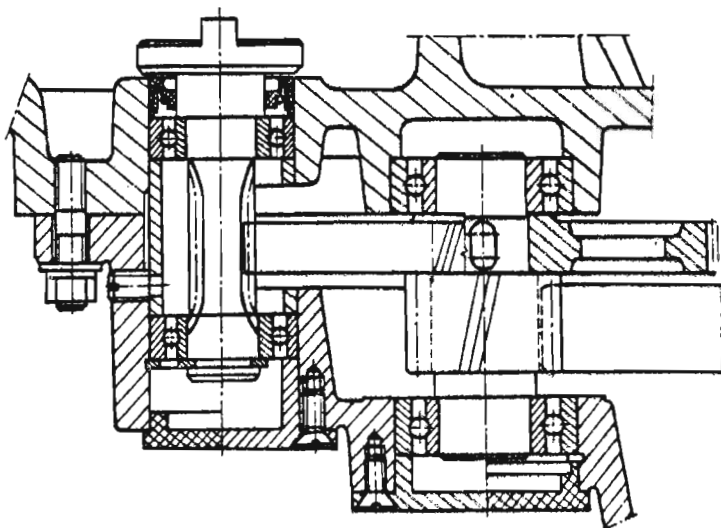
Rys. 9. Wpływ sprzężenia stopni przekładni na obciążenie

zębate są więc narażone na znacznie większe obciążenia dynamiczne niż w przypadku małej sztywności w dodatku występujące przy niższych prędkościach obrotowych. Dla oceny znaczenia praktycznego otrzymanych wniosków rozważono dwie typowe sytuacje określone jako: skrzynki przekładniowe i reduktory wielostopniowe. W skrzynkach przekładniowych zawsze występują odstępy pomiędzy kołami zębatymi związane z umieszczeniem urządzeń dla włączania biegów (synchronizatorów, sprzęgieł zębatych) – obliczenia wykonane przez autora dla skrzynek biegów ciągników rolniczych "URSUS" wykazały, że odstępy te są dostatecznie duże, by sztywność wałka pośredniego była mniejsza od sztywności zazębien i sprzężenie pomiędzy kołami nie miało istotnego wpływu na obciążenie przekładni. Odmienna sytuacja występuje w reduktorach wielostopniowych, gdzie koła zębate są umieszczone tuż przy sobie (przykładowy fragment konstrukcji takiego reduktora przedstawiono na rys.10 – w tym przypadku nie można pominąć sprzężeń między poszczególnymi stopniami mającymi zasadnicze znaczenie dla oceny obciążenia przekładni.

4. Wnioski

Przyjmowany powszechnie model przekładni izolowanej jest w wielu wypadkach niewystarczający dla oceny obciążeń dynamicznych w przekładni zębatej. Model ten nie może być stosowany w przypadkach:

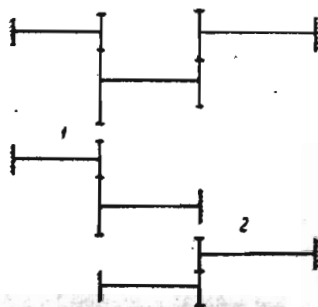
— kiedy masy wałków napędowych są duże w stosunku do mas kół zębatych – jest to typowa sytuacja zębniaka nacinanego wraz z wałkiem (wałka sprzęgłowego



Rys. 10. Przykład przekładni o dużym sprzężeniu pomiędzy stopniami

skrzynki biegów)

— połączenia poszczególnych stopni w przekładni wałkiem o dużej sztywności (porównywalnej ze sztywnością ząbów) – jest to typowa sytuacja w reduktorze wielostopniowym.



Rys. 11. Rozdział modelu przekładni dwustopniowej na mniejsze układy w przypadku znacznej podatności wałka sprzęgłowego

W tych przypadkach należy zastosować bardziej rozbudowany model układu z przekładniami zębatymi, przy czym przekładnie wielostopniowe, w których poszczególne stopnie są połączone wałkami o dużej podatności (skrzynki przekładniowe) można rozdzielić na układy z pojedynczymi przekładniami zgodnie ze schematem na rys.11. Po podziale każda z części jest modelowana jako układ dyskretno-

ciągły (tak jak model w rozdz.1) lub model przekładni izolowanej w przypadku małych mas wałków napędowych. Dla przekładni, której poszczególne stopnie są połączone elementami o dużej sztywności należy modelować całą przekładnię jako układ dyskretno-ciągły korzystając z metod przedstawionych w pracy [10] lub w przypadku małych mas wałków napędowych przyjąć model dyskretny (tak jak w rozdz.2) – obliczanie obciążeń w przekładniach może być w tym przypadku pracochłonne ze względu na znaczny czas rozwiązywania numerycznego dużych układów.

Literatura

1. BOSSAK M., GRABOWIECKI K.A., ROSSENBERG R.C., ZGORZELSKI M., *Analysis of Physical Dynamic Systems Using a Polydescriptive Approach: Bond Graphs and Finite Elements*, II Engineering Software Conference, Imperial College, London March 1981 (proceedings ed. by R.A.Adey)
2. DYK J., OSIŃSKI J., *Vibration of models of Gear Applied to Vehicles under variable loads*, Machine Dynamics Problems (w druku)
3. JAŚKIEWICZ Z., *Projektowanie układów napędowych pojazdów samochodowych*, WKŁ Warszawa 1982
4. JAŚKIEWICZ Z., WĄSIEWSKI A., *Obliczanie wytrzymałości przekładni walcowych w pojazdach samochodowych wg. projektu ISO/DIS 6336 cz. 41E, maj 1986*, III Konferencja Naukowo-Techniczna "Pojazdy samochodowe – problemy postępu i rozwoju AUTOPROGRESS 88", 1988
5. KAMIŃSKI E., OSIŃSKI J., *Drgania parametryczne modelu jednostopniowej przekładni zębatej uwzględniającej tłumienie i stałe obciążenie*, Archiwum Budowy Maszyn, Vol.28, Nr1, 1981, str. 55-68
6. KRUSZEWSKI J. I INNI, *Metoda elementów skończonych w dynamice konstrukcji*, Arkady, Warszawa 1984
7. MÜLLER L., *Nowy model dynamiczny przekładni walcowej o zębach prostych*, Przegląd Mechaniczny, Vol.33, Nr 21, 1974, str. 725-728
8. MÜLLER L., *Przekładnie zębate. Dynamika*, WNT, Warszawa 1986
9. OSIŃSKI J., *Drgania parametryczne jednostopniowej przekładni zębatej jako układu o dwóch stopniach swobody uwzględniającego tłumienie i stałe obciążenie*, Rozprawa doktorska, Politechnika Warszawska 1978
10. OSIŃSKI J., *Modelling and analysis of vibration of discrete-continuous systems with parametric excitation*, Machine Dynamic Problems (w druku)
11. SZMELTER J., *Metody komputerowe w mechanice*, PWN, Warszawa 1980

Summary

The paper presents the analysis of the choice of dynamical model of a gear. It has been analysed the problems of: the continuous mass of driving shafts (applying the discrete-continuous systems) and couplings between grades of a gear box. It has been confirmed, that in case of great masses or great couplings it is impossible to perform the load analysis with the aid of the model of isolating gear.

Praca wpłynęła do Redakcji dnia 9 kwietnia 1989 roku