

## ZACHOWANIE SIĘ STOPU ALUMINIUM PA4 PODCZAS PRÓBY DOCIĄŻANIA

WALENTY OSIPIUK

*Politechnika Białostocka*

Przedstawiono wyniki doświadczalne pomiaru modułu dociążenia  $G_d$  przy dodatkowym skręcaniu. Uwzględniono czynnik czasu. Wyniki doświadczalne porównano z teoretycznymi otrzymanymi na podstawie teorii poślizgów. Stwierdzono, że wartość odkształcenia plastycznego przy dociążeniu zależy od czasu jaki upływa od chwili przyłożenia siły rozciągającej do chwili przyłożenia momentu skręcającego.

### 1. Wstęp

Istnieje spora liczba prac doświadczalnych poświęconych konfrontacji teorii plastyczności z eksperymentem. Dotyczy to zarówno teorii płynięcia, teorii odkształceniowej jak również teorii poślizgów. Jednym ze względnie prostych sposobów konfrontacji jest wykorzystanie tzw. próby dociążeniowej. Polega ona na tym, że cienkościenną próbkę rurkową rozciągamy do pewnego poziomu naprężenia  $\sigma_z$  powyżej granicy plastyczności a następnie przy stałym naprężeniu rozciągającym przykładamy nieskończenie małe naprężenie styczne  $\Delta\tau_{xz}$  pochodzące od momentu skręcającego. Wyniki tego typu badań są rozbieżne. Jedne potwierdzają fakt, że dociążenie nieskończenie małym naprężeniem stycznym nie wywołuje odkształceń platycznych i moduł dociążenia  $G_d$  równy jest modułowi sprężystości postaciowej  $G$  [1,3,4], inne zaś dowodzą, że  $G_d < G$  [3,5], potwierdzając tym samym istnienie na powierzchni plastyczności punktów osobliwych. Przy przeprowadzaniu powyższych eksperymentów nie brano pod uwagę czynnika czasu. W niniejszej pracy, mając na uwadze postulaty zmodyfikowanej teorii poślizgów zawarte w monografii [6], na podstawie przeprowadzonych przez autora własnych doświadczeń dokonano opisu modułu dociążenia  $G_d$  jako funkcji uwzględniającej czas, który upływa od chwili przyłożenia siły rozciągającej do chwili przyłożenia momentu skręcającego. Uwzględniono także wpływ prędkości przykładania siły rozciągającej.

## 2. Badania doświadczalne

Badania przeprowadzono w temperaturze pokojowej na specjalnym urządzeniu do realizacji płaskiego stanu naprężenia. Rejestracja kąta skręcenia w zależności od wartości stycznego naprężenia dociążającego  $\Delta\tau_{xz}$  dokonywana była przy zastosowaniu rejestratora  $X - Y$  oraz czujników indukcyjnych pracujących w układzie elektronicznym. Pozwalało to na określenie przez ekstrapolację metodą graficzną wartości początkowego modułu dociążenia  $G_d$  przy  $\Delta\tau_{xz} \rightarrow 0$ . Zastosowana aparatura pozwalała na pomiar modułu z dokładnością  $\pm 550$  MPa.

Do badań użyto cienkościennych próbek o średnicy zewnętrznej 17.5 mm i grubości ścianki 0.75 mm wykonanych z przemysłowego stopu aluminium PA4. Po obróbce skrawaniem próbki były poddane wyżarzaniu ujednorodniającemu. Mechaniczne własności próbek były następujące: granica plastyczności przy rozciąganiu  $R_{0,1} = 220.2$  [MPa], moduł Younga  $E = 72319$  [MPa], moduł sprężystości postaciowej  $G = 26920$  [MPa]. Dociążanie naprężeniem stycznym  $\Delta\tau_{xz}$  o maksymalnej wartości 19.5 MPa dokonywane było po upływie różnych czasów pełzania przy jednoosiowym rozciąganiu naprężeniem  $\sigma_z = 227$  [MPa]. Czasy pełzania do chwili dociążenia momentem skręcającym były równe kolejno 0, 1 i 4 godziny, zaś odpowiadające tym czasom wzdłużne odkształcenia plastyczne wynosiły 0.321; 0.780 i 0.830 %. Każdą próbkę poddawano tylko jednej próbie dociążeniowej. Wyniki badań zamieszczono w tablicy 1.

Tablica 1. Wartości modułów dociążenia  $G_d$  w zależności od czasu poprzedzającego pełzania przy  $\sigma_z = 227$  [MPa]

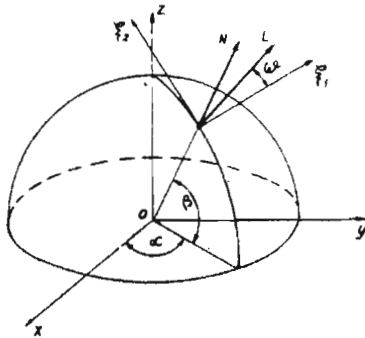
Czas poprzedzającego pełzania ( $t_2 - t_1$ ) [h]	Wartości modułów $G_d$ [MPa]				
	poszczególne wyniki doświadczalne			średnia doświad.	teoret.
0	25800	26185	25810	25932	25936
1	22150	23100	24845	23365	23364
4	21721	21895	23585	22600	22784

Wskazują one, że wartość modułu dociążenia  $G_d$  zależy od czasu poprzedzającego pełzania. Jeżeli dociążenie momentem skręcającym następuje natychmiast po obciążeniu siłą rozciągającą to moduł dociążenia  $G_d$  jest bliski modułowi  $G$ , w wypadku zaś dociążenia po upływie dłuższego okresu czasu, np. 4h, moduł  $G_d$  jest znacznie mniejszy od modułu  $G$ .

W dalszej części pracy pokazane będzie, że powyższy efekt można tłumaczyć relaksacją wewnętrznych naprężeń i defektów strukturalnych.

### 3. Opis teoretyczny

Teoria poślizgów zaproponowana przez Rusinkę [6] jest pewną modyfikacją teorii Batdorfa-Budiansky'ego [2] w kierunku przydatności jej do opisu deformacji plastycznych z uwzględnieniem czynnika czasu. Wykorzystuje ona następujące podstawowe wielkości: opór odkształcenia plastycznego  $S_{NL}$ , gęstość poślizgów  $\varphi_{NL}$ , parametr defektów strukturalnych i spiętrzenia naprężeń wewnętrznych  $I_{NL}$ . Płaszczyzny poślizgów  $N$  i kierunki  $L$  określa się na półsferze o jednostkowym promieniu kątami  $\alpha, \beta, W$  (rys.1).



Rys. 1. Współrzędne płaszczyzny i kierunku poślizgów

Odkształcenie całkowite jest sumą odkształceń elementarnych:

$$\gamma_{ij} = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \int_{W_1}^{W_2} (N_i L_j + N_j L_i) \varphi_{NL} d\Omega dW, \quad (i, j = x, y, z), \quad (3.1)$$

gdzie:

$\Omega$  – obszar półsfery, w którym zachodzą poślizgi,

$d\Omega = \cos \beta d\alpha d\beta$ ,  $W_1, W_2$  – granice poślizgów w płaszczyznach stycznych do półsfery w obszarze  $\Omega$ ,  $N_i, N_j, L_i, L_j$  – cosinusy kierunkowe osi  $N$  i  $L$  względem układu współrzędnych  $x, y, z$ .

Poślizgi zachodzą w tych układach  $N, L$ , w których spełniony jest warunek:

$$S_{NL} = \tau_{NL}, \quad (3.2)$$

gdzie  $\tau_{NL}$  jest składową naprężenia stycznego w układzie  $N, L$  (patrz rys.1) określaną prawem transformacji:

$$\tau_{NL} = \sigma_{ij} L_i N_j \quad (i, j = x, y, z).$$

Obliczmy odkształcenie plastyczne przy jednoosiowym rozciąganiu naprężeniem  $\sigma_z > 2S_0$ , gdzie  $S_0$  oznacza początkowy opór plastyczny, tj. przy  $\varphi_{NL} = I_{NL} = 0$ . Funkcję oporu odkształcenia plastycznego wyrażmy wzorem:

$$S_{NL} = S_0(1 + r\varphi_{NL} + I_{NL}),$$

gdzie  $r$  – stała materiałowa. Poślizgi zachodzą w tych obszarach, gdzie spełniony jest warunek (3.2), a więc:

$$S_0(1 + r\varphi_{NL} + I_{NL}) = \tau_{NL}. \quad (3.3)$$

W dalszym ciągu pracy będzie się uważać, że poślizgi w danej płaszczyźnie w kierunku maksymalnego naprężenia stycznego są wypadkową wszystkich poślizgów w tej płaszczyźnie. W przypadku rozciągania naprężeniem  $\sigma_z$  wypadkowa wszytkich poślizgów będzie miała kierunek określony kątem  $W = \pi/2$ . Słuszność tego założenia jest udowodniona w pracy [6]. Wykorzystując cosinusy kierunkowe oraz prawo transformacji naprężenie  $\tau_{NL}$  przy jednoosiowym rozciąganiu można przedstawić w postaci:

$$\tau_{NL} = \frac{1}{2}\sigma_z \sin 2\beta \sin W. \quad (3.4)$$

Parametr defektów strukturalnych wyrazimy zależnością:

$$I_{NL} = B \int_0^{t_1} \frac{\partial \tau_{NL}}{\partial s} Q(t-s) ds, \quad (3.5)$$

gdzie:  $B$  – stała materiałowa,  $t_1$  – czas wzrostu naprężenia zewnętrznego  $\tau_{NL}$ ,  $Q(t-s)$  – malejąca funkcja różnicy czasów:  $t$  – chwili późniejszej, bieżącej, którą badamy i  $s$  – chwili wcześniejszej, w której nastąpiła zmiana naprężenia. Funkcja  $Q(t-s)$  winna być tak dobrana, aby parametr  $I_{NL}$  rosł wraz z prędkością i wartością obciążenia mógł równocześnie maleć na skutek relaksacji i po ustaniu przyrostu obciążenia zewnętrznego dążyć do zera przy czasie dążącym do nieskończoności. Wymagania te spełnia funkcja eksponencjalna:

$$Q(t-s) = \exp[-b(t-s)], \quad (3.6)$$

gdzie  $b$  – stała. W przypadku obciążenia naprężeniem  $\sigma_z$  ze stałą prędkością  $\dot{\sigma}_z$ , przyjęciu funkcji (3.6), po uwzględnieniu cosinusów kierunkowych i prawa transformacji, parametr  $I_{NL}$  wyrazi się wzorem:

$$I_{NL} = \frac{1}{2}I_z \sin 2\beta \sin W, \quad (3.7)$$

gdzie składowa parametru w kierunku osi  $z$  będzie:

$$I_z = B\dot{\sigma}_z \int_0^{t_1} \exp[-b(t-s)] ds. \quad (3.8)$$

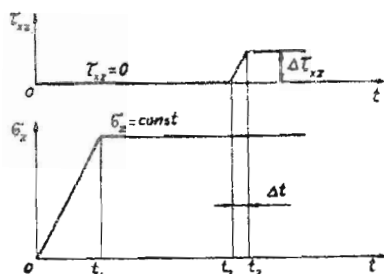
W przypadku skręcania naprężeniem  $\tau_{xz}$  parametr w układzie  $N, L$  wyrazi się następująco:

$$I_{NL} = I_{xz} \cos 2\beta \cos \alpha, \quad (3.9)$$

gdzie:

$$I_{xz} = B \bar{\tau}_{xz} \int_{t_2}^{t_3} \exp[-b(t-s)] ds, \quad (3.10)$$

zaś  $t_2$  i  $t_3$  oznaczają granice czasowe przyrostu naprężenia  $\tau_{xz}$ . Drogę obciążenia i granice czasowe całek (3.8) i (3.10), w sposób poglądowy, objaśniono na rys.2.



Rys. 2. Droga obciążenia i dociążenia próbki

Wykorzystując (3.3), (3.4), (3.7) i (3.8), mając na uwadze, że  $W = \pi/2$ , wyznaczamy funkcję gęstości poślizgów:

$$\tau \varphi_{NL} = \frac{\sigma_z}{2S_0} \sin 2\beta - 1 - \frac{1}{2} I_z \sin 2\beta. \quad (3.11)$$

Odształcenie w kierunku osi  $z$  od naprężenia  $\sigma_z$  na mocy (3.1) będzie określone równaniem:

$$\varepsilon_z = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} d\alpha \int_{\beta_1}^{\beta_2} \sin 2\beta \cos \beta d\beta \int_{\frac{\pi}{2}-0}^{\frac{\pi}{2}+0} \varphi_{NL} dW, \quad (3.12)$$

gdzie  $\beta_1, \beta_2$  granice obszaru poślizgów, które oblicza się z (3.11) przyrównując prawą stronę do zera - otrzymamy:

$$\sin 2\beta_{1,2} = \frac{1}{\eta}, \quad (3.13)$$

gdzie:

$$\eta = \frac{\sigma_z}{2S_0} - \frac{1}{2} I_z \quad (3.14)$$

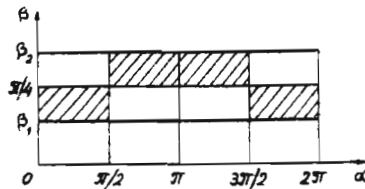
i odpowiednio

$$\beta_1 = \frac{1}{2} \arcsin \frac{1}{\eta}, \quad \beta_2 = \frac{\pi}{2} - \beta_1. \quad (3.15)$$

Równanie (3.12) opisuje równocześnie odkształcenie natychmiastowe oraz polżanie nieustalone. Do znajdującej się w stanie jednosioowego rozciągania próbki w chwili czasu  $t \geq t_1$  przykłada się ze stałą prędkością naprężenie styczne  $\Delta\tau_{xz}$ . Składowa tego naprężenia w układzie  $N, L$  dozna przyrostu  $\Delta\tau_{NL}$  i wywoła dodatkowy przyrost poślizgów  $\Delta\varphi_{NL}$ . Przyrost ten będzie miał miejsce w tej części obszaru (3.13), w której przy  $W = \pi/2$ ,  $\Delta\tau_{NL}$  będzie większa od zera, tj.:

$$\Delta\tau_{xz} \cos 2\beta \cos \alpha > 0. \quad (3.16)$$

Na podstawie (3.13) i (3.16) można wykazać, że w wypadku dociążenia nieskończenie małym naprężeniem  $\Delta\tau_{xz}$  obszar dodatkowych poślizgów będzie taki jak pokazano na rys.3 (część zakreskowana).



Rys. 3. Obszar dodatkowych poślizgów przy dociążeniu

W tym obszarze, gdzie przy dociążeniu wystąpią dodatkowe poślizgi obowiązuje relacja (3.2), tzn:

$$S_0(\tau\Delta\varphi_{NL} + \Delta I_{NL}) = \Delta\tau_{xz} \cos 2\beta \cos \alpha, \quad (3.17)$$

gdzie  $\Delta I_{NL}$  jest przyrostem parametru defektów w okresie dociążenia. Przy określaniu  $\Delta I_{NL}$  należy wziąć pod uwagę również zmianę parametru  $I_{NL}$  pochodzącą od wcześniejszego rozciągania. Na mocy (3.5) otrzymamy:

$$\begin{aligned} \Delta I_{NL} = & B\dot{\tau}_{NL}(\sigma_z) \{ \exp(-bt_2) - \exp[-b(t_2 - t_1)] \} \Delta t + \\ & + B\dot{\tau}_{NL}(\tau_{xz}) [\exp(-b\Delta t)] \Delta t, \end{aligned} \quad (3.18)$$

gdzie:

$\dot{\tau}_{NL}(\sigma_z)$  i  $\dot{\tau}_{NL}(\tau_{xz})$  – prędkości naprężenia stycznego w układzie  $N, L$  w wyniku rozciągania i skręcania,

$\Delta t$  – przyrost czasu równy  $\Delta\tau_{xz}/\dot{\tau}_{xz}$ ,

$(t_2 - t_1)$  – różnica czasów przełożenia naprężenia stycznego i rozciągającego (rys.2).

Funkcję przyrostu gęstości poślizgów  $\Delta\varphi_{NL}$  wyznacza się z równania (3.17):

$$r\Delta\varphi_{NL} = \frac{\Delta\tau_{xz}}{S_0} \cos 2\beta \cos \alpha - \Delta I_{NL}. \quad (3.19)$$

Przyrost odkształcenia postaciowego w wyniku działania  $\sigma_x$  i dociążenia  $\Delta\tau_{xz}$  obliczamy na mocy (3.1):

$$\Delta\gamma_{xz} = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \int \cos 2\beta \cos \beta \cos \alpha \Delta\varphi_{NL} d\beta d\alpha, \quad (3.20)$$

gdzie  $\Omega$  – obszar dodatkowych poślizgów, pokazany na rys.3, określony kątami  $\alpha$  i  $\beta$  następująco:

$$\begin{aligned} \beta_1 \leq \beta \leq \frac{\pi}{4} & \quad \text{przy} \quad 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}, \\ \frac{\pi}{4} \leq \beta \leq \beta_2 & \quad \text{przy} \quad \frac{\pi}{2} < \alpha < 3\frac{\pi}{2}, \\ \beta_1 \leq \beta \leq \frac{\pi}{4} & \quad \text{przy} \quad 3\frac{\pi}{2} < \alpha < 2\pi. \end{aligned} \quad (3.21)$$

Kąty  $\beta_1$  i  $\beta_2$  obliczamy zgodnie z (3.15).

Uwzględniając (3.9) i (3.18) ÷ (3.21) otrzymamy:

$$\Delta\gamma_{xz} = \frac{\pi\Delta\tau_{xz}}{2r} \left(1 - \frac{1}{\eta}\right)^{\frac{3}{2}} \left[\frac{1}{S_0} - B \exp\left(\frac{-b\Delta\tau_{xz}}{\dot{\tau}_{xz}}\right)\right] \left(\frac{7}{30} + \frac{1}{10\eta}\right). \quad (3.22)$$

Aby obliczyć moduł dociążenia  $G_d$  należy, teraz wykorzystać następujące znane związki:

$$\begin{aligned} \Delta\gamma_{xz} &= \Delta\gamma_c - \Delta\gamma_s, \\ G_d &= \frac{\Delta\tau_{xz}}{\Delta\gamma_c}, \\ G &= \frac{\Delta\tau_{xz}}{\Delta\gamma_s}, \end{aligned} \quad (3.23)$$

gdzie  $\Delta\gamma_c$  i  $\Delta\gamma_s$  – całkowite i sprężyste odkształcenie.

Na mocy (3.22) i (3.23) będzie:

$$G_d = \frac{G}{1 + \Phi G}, \quad (3.24)$$

gdzie  $\Phi$  w przypadku kiedy  $\Delta\tau_{xz} \rightarrow 0$  określi się zależnością:

$$\Phi = \frac{\pi}{2r} \left(1 - \frac{1}{\eta}\right)^{\frac{3}{2}} \left(\frac{1}{S_0} - B\right) \left(\frac{7}{30} + \frac{1}{10\eta}\right). \quad (3.25)$$

Parametr  $\eta$  zgodnie z (3.14) rośnie wraz ze wzrostem różnicy czasów ( $t_2 - t_1$ ) przyjmując przy  $t_2 = t_1$  wartość:

$$\eta_{(t_2=t_1)} = \frac{\sigma_z(t_1)}{2S_0} - \frac{1}{2}I_z(t_1), \quad (3.26)$$

gdzie  $\sigma_z(t_1)$  i  $I_z(t_1)$  - wartości naprężenia i parametru w chwili czasu  $t_1$  (rys.2), zaś przy  $t_2 \rightarrow \infty$  przyjmuje wartość:

$$\eta_{(t_2 \rightarrow \infty)} = \frac{\sigma_x(t_1)}{2S_0}. \quad (3.27)$$

Na podstawie (3.25) ÷ (3.27) widać, że parametr  $\Phi$  również rośnie ze wzrostem różnicy czasów ( $t_2 - t_1$ ) - moduł dociążenia  $G_d$  maleje.

Dokonyjemy obliczeń rachunkowych modułu  $G_d$ . Określmy najpierw parametr defektów strukturalnych  $I_z$  dla czasu upływającego od chwili przyłożenia naprężenia  $\sigma_z$  do chwili dociążenia naprężeniem  $\Delta\tau_{xz}$ . Czas ten, który zgodnie z rys.2 oznaczony jest ( $t_2 - t_1$ ) wynosił kolejno 0, 1 i 4 godziny. Rozwiązując całe równania (3.8) otrzymamy:

$$I_z = \frac{1}{b}B\dot{\sigma}_z [1 - e^{-bt_1}] e^{-b(t_2-t_1)}. \quad (3.28)$$

Stałe  $b$  i  $B$  określa się na podstawie krzywych pełzania nieustalonego. Czas wzrostu naprężenia  $t_1 = \sigma_z/\dot{\sigma}_z$ . Przy  $B = 8.8 \cdot 10^{-2}$  [MPa] $^{-1}$ ;  $b = \frac{1}{3}$  [h] $^{-1}$ ;  $\sigma_z = 227$  [MPa] oraz  $\dot{\sigma}_z = 76 \cdot 10^3$  [MPa·h $^{-1}$ ] parametr defektów strukturalnych wyniesie:  $I_z = 19.966$  przy  $t_2 - t_1 = 0$ ;  $I_z = 14.306$  przy  $t_2 - t_1 = 1$  [h];  $I_z = 5.264$  przy  $t_2 - t_1 = 4$  [h]. Po wykorzystaniu (3.14) i (3.25) równanie (3.24) będzie miało postać:

$$G_d = \frac{G}{1 + \frac{\pi G}{2r} \left(1 - \frac{2S_0}{\sigma_x - I_z S_0}\right)^{\frac{3}{2}} \left(\frac{1}{S_0} - B\right) \left(\frac{7}{30} + \frac{S_0}{5(\sigma_x - I_z S_0)}\right)}. \quad (3.29)$$

Przyjmując stałe materiałowe  $r = 570$ ,  $S_0 = 10$  [MPa] oraz uwzględniając obliczone wcześniej na podstawie (3.28) wartości parametru  $I_z$  równanie (3.29) pozwala na wyliczenie teoretycznej wartości modułu dociążenia  $G_d$ . Wartości te zamieszczono w ostatniej kolumnie tablicy 1. Wykazują one dobrą zgodność z doświadczeniem.

#### 4. Wnioski

Równanie (3.24) poprawnie opisuje wyniki doświadczenia. Moduł dociążenia  $G_d$  zależy od parametru defektów strukturalnych i maleje wraz ze wzrostem czasu, który upływa od chwili przyłożenia naprężenia rozciągającego do chwili dociążenia naprężeniem stycznym. Na wartość modułu  $G_d$  wpływa również wielkość naprężenia rozciągającego oraz prędkość jego przyrastania.



## 5. Literatura

1. BUDIANSKY B., DOW N.F., PETERS R.W., SHEPHERD R.P., *Experimental studies of polyaxial stress-strain laws in plasticity*, Proc. First, U.S. Nat. Congr. Appl. Mech. Amer. Soc. Mech. Engr, 1951, 503-512
2. BATDORF S.B., BUDIANSKY B., *A mathematical theory of plasticity based on the concept of slip*, NASA, T.N. 1871, 1949
3. IVEY H.J., *Plastic stress-strain relations and yield surfaces for aluminium alloys*, J.Mech. Engin. Sci., 1, 3, 1961, 15-31
4. NAGHDI P.M., ESSENBERG F., KOFF W., *An experimental study of initial and subsequent yield surfaces in plasticity*, J Appl. Mech., 2, 25, 1958, 201-210
5. ŻUKOW A.M., *Powiedzenie metalow pri uprugo-plasticzieskich deformacijach. Wo-prosy teorii plasticznosti*, Izd. AN SSR, Moskwa 1961, 30-57
6. RUSINKO K.N., *Teorija plasticznosti i nieustanowiwiszejsja polzucziesiti*, Wiszcza Szkoła, Lwow, 1981

## Summary

The experimental results of load modulus measurement in the course of additional torsion were presented in the paper. The time agent was regarded. The experimental results were compared to theoretical ones which were obtained on the ground of the slip theory. It is proved that value of plastic strain in the course of load depends on the time which elapses between the moment of applying tensile stress and the moment of applying shear stress.

*Praca uptynęła do Redakcji dnia 11 maja 1989 roku*