

List do Redakcji

O ARTYKULE STEFANA PIECHNIKA PT. „KINEMATYCZNA RÓWNOWAŻNOŚĆ UKŁADÓW SIŁ“, MECH. TEORET. I STOS., 1978, R. 16, NR 1 S. 71-79.

ZBIGNIEW KĄCZKOWSKI (WARSZAWA)

Na temat wymienionej wyżej pracy S. Piechnika miałem okazję wypowiedzieć się w pofnej opinii przekazanej Redakcji MTiS w maju ubiegłego roku. Ponieważ jednak zastrzeżenia moje nie zostały wzięte pod uwagę ani przez Autora, ani przez Redakcję, przeto — uważając je za istotne — uznałem za konieczne przedstawienie swoich racji szerokiemu kręgowi Czytelników czasopisma.

Podstawową tezę Autora jest, że zasada de Saint Venanta będzie mogła być stosowana również do prętów cienkościennych pod warunkiem odpowiedniego uogólnienia pojęcia statycznej równoważności układu sił działających w przekroju poprzecznym pręta. W szczególności, jeżeli różne rozkłady naprężeń normalnych σ_{xi} ($i = 1, 2, \dots$) redukują się do jednakowych sił podłużnych, jednakowych momentów zginających i jednakowych bimomentów, to w odległości przewyższającej wyraźnie rozmiary przekroju powstają praktycznie jednakowe stany napięcia i odkształcenia. Ponieważ zaś za statycznie równoważne traktowano dotąd te rozkłady naprężeń σ_{xi} , które spełniały warunki:

$$(1) \quad \int_A \sigma_{xi} dA = N, \quad \int_A \sigma_{xi} y dA = M_x, \quad \int_A \sigma_{xi} z dA = M_y,$$

przeto dodatkowy warunek

$$(2) \quad \int_A \sigma_{xi} \omega dA = B_\omega$$

wymaga uogólnienia pojęcia statycznej równoważności układów sił.

Z tezą tą trudno się nie zgodzić. Dopóki rozpatrywało się pręty o przekroju zwartym, dopóty rozkład naprężenia σ_x w przekroju dostatecznie odległym od miejsc przyłożenia naprężeń zewnętrznych zależał praktycznie od trzech wielkości zdefiniowanych wzorami (1). W pręcie cienkościennym rozkład ten zależy także od nowej wielkości *s t a t y c z n e j* zdefiniowanej całką (2).

Ale nie o sprawę uogólnienia pojęcia statycznej równoważności mi chodzi. Protestuję stanowczo przeciwko wprowadzaniu do języka mechaniki terminu „kinematyczna równoważność” w odniesieniu do układów sił. Kinematyka jest nauką o geometrii ruchu, wyraźnie odgraniczoną od statyki, zajmującej się problemami równowagi wielkości statycznych. Oczywiście niemal każde działanie sił na ustrój odkształcalny powoduje zmianę jego formy, a zatem jest przyczyną zjawisk kinematycznych. Np. siła podłużna powoduje

z reguły przesunięcie przekroju wzdłuż osi pręta, a moment zginający — obrót pręta przekroju. Analogicznie, działanie bimomentu może (ale nie musi) wywołać spaczenie przekroju połączone z jego obrotem dokoła jednej z osi podłużnych pręta. Nie jest to więc zjawisko jakościowo różne od poprzednich. Ponadto dodatkowy warunek (2) ma, podobnie jak warunki (1), czysto statyczny charakter i nie ma żadnego związku ze skutkami kinematycznymi, jakie bimoment wywołuje.

W pewnych przypadkach mogą zresztą pojawiać się siły wewnętrzne, którym nie towarzyszą żadne zjawiska kinematyczne. Np. w pręcie obustronnie utwierdzonym pod wpływem równomiernego wzrostu temperatury powstaje siła osiowa, a pod wpływem temperatury liniowo zmiennej na wysokości przekroju — moment zginający. Mimo to w pręcie tym nie pojawiają się ani przesunięcia ani obroty przekrojów. Podobnie, można sobie wyobrazić obustronnie utwierdzony pręt (niekoniecznie cienkościenny), w którym rozkład temperatury, np. według funkcji

$$(3) \quad t = ayz$$

wywołuje powstanie bimomentu, któremu nie towarzyszy spaczenie przekrojów poprzecznych pręta. A zatem kinematyka — to jedno, a statyka — to zupełnie co innego i nie należy mieszać ze sobą obu tych pojęć.

Poza tym w swojej opinii sprzed roku wskazywałem na inne usterki, których usunięcie mogłoby tylko ulepszyć pracę. W szczególności zlekceważono następujące uwagi i propozycje:

1. Krytykowałem nieporadność językową sformułowania zasady de Saint Venanta: „w myśl której, macierze naprężeń, odkształceń i przemieszczeń różnić się będą dowolnie mało (podkr. Z. K.), z wyjątkiem obszaru sąsiadującego z powierzchnią obciążoną, dla różnych, ale statycznie równoważnych obciążeń przyłożonych na małej w stosunku do całej powierzchni”. Proponowałem, aby zamiast tego oryginalnego, ale niejasnego sformułowania zacytować zasadę de Saint Venanta w brzmieniu podanym przez klasyka naszej wytrzymałości materiałów, M. T. Hubera. O ileż bowiem łatwiej można ją zrozumieć, gdy jest ona, z należytą dbałością o precyzję sformułowań naukowych, wyrażona nienaganną polszczyzną: „Jeżeli na pewien niewielki obszar ciała sprężystego w równowadze działają kolejno rozmaicie rozmieszczone, ale statycznie równoważne, obciążenia, to w odległości od obszaru przewyższającej wyraźnie jego rozmiary powstają praktycznie jednakowe stany napięcia i odkształcenia”. (M. T. Huber: „Stereomechanika techniczna” cz. I, Warszawa 1951 PZWSz, str. 103).
2. Proponowałem uzupełnienie spisu literatury pozycją: W. Burzyński: „O niedomaganiach i koniecznych uzupełnieniach de Saint-Venantowskiej teorii prętów prostych”, Prace Wrocł. Tow. Nauk., ser. B, nr 42, 1951, Wrocław.
3. Zwracałem uwagę na niestosowność wymieniania tylko drugiego nazwiska przy cytowaniu dzieła sygnowanego przez trzech autorów: P. Jastrzębskiego, J. Mutermilcha i W. Orłowskiego.

Przykro mi, że w związku z niezbyt ostatecznie ważnym przyczynkiem do XIX-wiecznej problematyki musiałem zająć tyle miejsca w czasopiśmie. Obawiałem się jednak, że,

gdyby publicznie lansowany (nie tylko zresztą na łamach „Mechaniki Teoretycznej i Stosowanej”), nielogiczny termin „kinematyczna równoważność układów sił” nie spotkał się z publicznym zdecydowanym odporem, to mógłby zakorzenieć się i zachwiać nasz język naukowy.

Zbigniew Kączkowski

**ODPOWIEDŹ AUTORA PRACY „KINEMATYCZNA RÓWNOWAŻNOŚĆ UKŁADÓW SIŁ”
(MECHANIKA TEORETYCZNA I STOSOWANA, 1978 R. 16, NR 1, S. 71-79) NA UWAGI
Z. KĄCZKOWSKIEGO ZAWARTE W JEGO „LIŚCIE DO REDAKCJI”**

STEFAN PIECHNIK (KRAKÓW)

Wymienione przez Z. Kączkowskiego w „Liście do Redakcji” uwagi dotyczące mojej pracy są powtórzeniem zastrzeżeń, jakie zawarł On w swej poufnej opinii redakcyjnej. Odpowiedzi mojej na tę opinię Redakcja nie przekazała opiniodawcy zajmując — jak się mogę domyśleć — w tej sprawie własne stanowisko.

Z listu Z. Kączkowskiego łatwo odczytać, że protest dotyczy głównie nazwy „kinematyczna równoważność ...”. Można by się ostatecznie zgodzić na zmianę nazwy, bo ta nie jest najważniejsza, ale „List” dowodzi funkcjonowania pewnego „zjawiska” dosyć powszechnego), któremu podlega (świadomie lub nie) liczna (niestety) grupa ludzi uczących mechanikę. Zjawiskiem tym jest nadmierna skłonność do *t r w a n i a* w ustalonych nawykach myślowych i stereotypach. Ludzie ci nie chcą (a może nie potrafią?) dostrzec, że *a p a r a t f o r m a l n y* mechaniki nie jest statycznym, niezmiennym zbiorem pojęć, terminów i reguł, ale że stosownie do celów i potrzeb aparat ten podlega określonym zmianom i rozszerzeniom *n i e n a r u s z a j ą c* przy tym ani zasadniczych treści, ani tym bardziej przedmiotu badań mechaniki, jakim jest i pozostanie ruch ciał materialnych. Co więcej, ludzie ci odżegnują się od wszelkiej formalizacji, upatrując w niej zaciemnianie treści fizycznej mechaniki, próbę zamachu na znaczenie i istotę inżynierskiej intuicji. Zapominają przy tym, że sami posługują się określonymi definicjami (bo bez tych *n i e m o ż n a* analizować żadnego problemu mechaniki), a zatem stosują elementy odpowiedniego formalizmu. Każdy, kto posługuje się określonym systemem formalnym, wie jaką rolę należy przypisać *t r e ś c i* definicji, a jaką jej *n a z w i e*, i że ta ostatnia nawet trafnie, estetycznie i wygodnie dobrana *n i e i m p l i k u j e* w żadnym przypadku istoty treści, którą niesie. Tak np. powszechnie stosowana w rachunku wariacyjnym i teorii procesów optymalnych nazwa „równanie Eulera-Lagrange’a” na określenie warunku optymalności mogłaby sugerować (gdyby się podzielało stanowisko Autora „Listu”), że równanie to wyprowadzili wspomniani wyżej uczeni, podczas gdy wiadomo, że w odniesieniu do większości rezultatów współczesnego rachunku wariacyjnego nie mogli tego uczynić, gdyż nie mieli za swego życia tych możliwości. (podobnie gdy rozmawiam z Iksem o Z. Kączkowskim, to nie od razu musi mój rozmówca kojarzyć nazwisko to ze znanym specjalistą mechaniki budowli). Skąd zatem tak gwałtowny protest przeciwko *n a z w i e*, która sama w sobie nie jest nośnikiem informacji o pojęciu, które reprezentuje? W świetle

tych uwag (nie nowych przecież) zdziwienie budzić musi wniosek, do jakiego doszedł Autor „Listu”. że nazwa „kinematyczna równoważność” prowadzi do pomieszania pojęć „kinematyka” i „statyka”. A przy sposobności — kinematyka nie jest „nauką o geometrii ruchu”, jak utrzymuje Autor „Listu” bo „kinematyka” i „geometria ruchu” to synonimy (nie jest więc „kinematyka nauką o ... kinematyce”)!

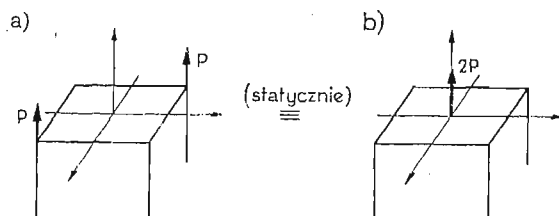
W moim przekonaniu uważny czytelnik znający definicję statycznej równoważności układów sił napotykać na nową, zaproponowaną w moim artykule, definicję „kinematycznej równoważności układów sił” nie powinien mieć żadnych ubocznych skojarzeń i domysłów, a tylko określoną treść, jaką niesie relacja „kinematycznej równoważności”. Ale skoro moja zbyt wiara w ten brak skojarzeń została zachwiana, jak tego dowodzi protest Autora „Listu”, gotów jestem raz jeszcze wywody swe w syntetycznej formie powtórzyć.

Spróbujmy zatem raz jeszcze wyjaśnić cel pracy:

Niech dany będzie zbiór Ω układów wektorów. Weźmy podzbiór $\Omega^* \subset \Omega$ taki, że każde dwa elementy tego podzbioru spełniają relację

$$(1) \quad \bar{S}(A) = \bar{S}(B), \quad \bar{M}_Q(A) = \bar{M}_Q(B)$$

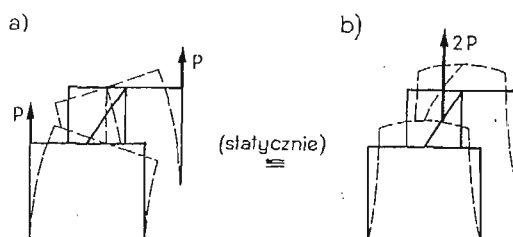
(Suma układu (A) jest równa sumie układu (B) i moment układu (A) względem punktu Q jest równy momentowi układu (B) względem tego samego punktu). Łatwo udowodnić, że jest to relacja równoważności (ani statycznej ani „kinematycznej” ani żadnej innej — po prostu relacja równoważności rozumiana tak, jak ją się rozumie w matematyce, logice i wszelkich systemach formalnych). Relacja ta nosi nazwę „stycznej równoważności układów wektorów”. Tendencyjnie napisałem „układów wektorów”, bo mogą być to np. układy wektorów prędkości, pędu, przyspieszeń, natężenia pola elektrycznego itp. Relacja (1) jest czysto formalną definicją — jej wykorzystanie i interpretacja fizyczna zależą od problemu i fizycznych okoliczności zagadnienia, mimo że jej nazwa mogłaby sugerować zastosowanie tylko do problemów statyki. Może ona mieć lub nie zastosowania w mechanice w zależności od poruszanego zagadnienia. Zostańmy jednak przy układach wektorów sił zewnętrznych. Jakie znaczenie ma powyższa relacja w mechanice nie trzeba uzasadniać. Choć warto może przytoczyć jedno. Znając rozwiązanie zagadnienia brzegowego mechaniki ciała stałego tzn. T_σ , T_ϵ i \bar{u} dla jednego reprezentanta



Rys. 1

klasy równoważności, rozwiązanie to można wykorzystać — dzięki zasadzie de Saint Venanta — dla każdego układu z tej klasy równoważności. Jeśli przedmiotem rozważań jest pręt, to powyższą zasadę możemy zastosować tylko do tzw. prętów litych. W przypadku prętów cienkościennych relacja (1) (choć nadal poprawna formalnie) nie może być przy-

jęta. Nie jest bowiem możliwe (z powodów natury fizycznej), by rozwiązanie dla reprezentanta wyżej wymienionej klasy równoważności było słuszne dla innych układów tej klasy. Dowód tego jest natychmiastowy. Rozważmy pręt lity obciążony układem sił zewnętrznych jak na rys. 1a. Rozwiązanie zadania przedstawionego na rys. 1b może być również wykorzystane w przypadku obciążenia jak na rys. 1a (i nie tylko takiego, a dla każdego innego spełniającego relację statycznej równoważności). Obciążmy teraz takim samym układem jak na rys. 1a pręt cienkościenny. Rozwiązanie dla układu (b) nie może być wykorzystane dla układu (a) na mocy zasady de Saint Venanta. Efekty kinematyczne, jakie wywołują układy (a) i (b) są diametralnie różne (por. rys. 2). Nasuwa się więc naturalne



Rys. 2

pytanie: czy w zbiorze układów sił zewnętrznych można określić taką relację równoważności, (inną niż (1)), aby np. rozwiązanie dla reprezentanta tej klasy (tzn. dla określonego układu sił) można było wykorzystać dla każdego układu tej klasy, tzn. dla każdego innego układu sił spełniającego tę poszukiwaną relację równoważności? (a tym samym unikając konieczności rozwiązywania każdego przypadku obciążenia osobno).

Celem pracy „Kinematyczna równoważność...” jest o k r e ś l e n i e właśnie takiej relacji równoważności. Oczywiście jest rzeczą, że poszukiwana relacja równoważności określać powinna klasę układów dających ten sam efekt kinematyczny (gdyż ten jest w danym przypadku istotny). Z tych właśnie powodów wspomnianą relację zaproponowaną w artykule nazwałem „kinematyczną równoważnością układów sił” oddającą moim zdaniem dobrze jej istotę. Można ją również nazwać „relacją X”, albowiem nazwę stawiam na drugim miejscu po treści. Może pod wpływem „publicznego zdecydowanego odporu” (Z. Kączkowski) przyjdzie nazwę zmienić, ale tylko w przypadku gdyby argumentacja była poprawna.

Itak przechodząc do „Listu” Z. Kączkowskiego:

1. Podstawową tezą pracy nie jest u o g ó l n i e n i e pojęcia statycznej równoważności— jak pisze Z. Kączkowski, a wręcz przeciwnie, ze zbioru układów statycznie równoważnych wybranie p o d z b i o r u układów sił spełniających dodatkowo warunek.
2. Praca nie dotyczy układów sił działających w przekroju poprzecznym pręta, a dotyczy układów sił zewnętrznych przyłożonych do pręta (dokładniej do odciętej przekrojem poprzecznym części pręta). Nie ma sensu mówić (aczkolwiek można) o równoważnych układach sił wewnętrznych (jedną ze współrzędnych gęstości tych sił jest σ_x). Równania (1) i (2), które Z. Kączkowski wymienia w „Liście” są to równania wynikające z równoważności układów sił wewnętrznych z odpowiednim układem sił zewnętrznych. Taka rzeczywistość jest ich postać dla dowolnego układu ze zbioru, w którym określona jest

relacja, której nazwa tak bardzo nie podoba się Z. Kączkowskiemu. Równania te są dopiero konsekwencją wprowadzonej relacji porządkującej.

3. Z. Kączkowski pisze w „Liście”: „... w płęcie cienkościennym układ ten (σ_x — dop. mój) zależy także od nowej wielkości statycznej zdefiniowanej całką (2)”. W poufnej opinii natomiast pisze: „Po prostu w prętach cienkościennych p o j a w i a s i ę (podkr. moje) jeszcze jedna uogólniona siła wewnętrzna — bimoment — zdefiniowana (tak jak wszystkie inne) określoną całką z naprężeń σ_x . A że bimoment może być w rozmaity sposób realizowany, to Autor pokazał na rysunkach”. Podobnie postępuje wielu autorów — o czym piszę w pracy — stwierdzając formalnie, że taką a taką całkę będziemy nazywać bimomentem, który „się pojawia”. Na marginesie należy przypomnieć, że bimoment jest to liczba, którą przyporządkowujemy biparze i bimomentu jako liczby nie można w różny sposób realizować. Jednym z celów pracy było pokazanie bipary i to zarówno sił zewnętrznych jak i wewnętrznych. Bipara sił zewnętrznych stanowiła podstawę sformułowania relacji równoważności, której nazwa napotyka na odpór.
4. Krytykę odnośnie „nieporadności językowej” w sformułowaniu zasady de Saint Venanta przyjmuję nie bez uczucia satysfakcji, że znalazłem się w dobrym towarzystwie! (por. W. Nowacki, „Teoria sprężystości”, PWN 1970, cz. II, rozdz. 5, § 22, s. 264).
5. Nie cytowałem w swej pracy artykułu W. Burzyńskiego, przeto nie ma tej pozycji w spisie literatury.
6. Uważam za niestosowne dopisywanie nazwisk osób do pracy, której nie wykonywali. Rozdział o prętach cienkościennych w książce zamieszczonej w poz. 1 spisu literatury napisał tylko J. Mutermilch (por. odpowiednią uwagę w książce). W bibliografii wymieniono natomiast wszystkich autorów.
7. Nie bardzo rozumiem zdania „o XIX — wiecznej problematyce”. Czyżbyśmy znali rozwiązania wszystkich zagadnień postawionych w poprzednich wiekach? Jeżeli jednak uwaga Autora „Listu” znaczyć miała przestarzałość i oczywistość poruszanej problematyki, to sam fakt tak zaangażowanej Jego odpowiedzi polemicznej dowodzi, że i w XIX-wiecznej problematyce wciąż jeszcze znaleźć można temat do wcale nie banalnej (jak tego dowodzi treść „Listu”) polemiki.

W zakończeniu należy dodać, że publikowana praca „Kinematyczna równoważność układów sił” nie nosi znamion odkrycia naukowego, ma za zadanie jedynie spełnić rolę porządkującą w zakresie zastosowań i interpretacji pewnych wielkości statycznych.

Stefan Piechnik