

## WYMIANA MASY Z POWIERZCHNI KUL I KROPEL

JAN JASIEWICZ (WARSZAWA)

### Wstęp

Intensyfikacja i efektywność licznych procesów wymiany masy i ciepła we współczesnej energetyce klasycznej i jądrowej, przemyśle chemicznym, artykułów spożywczych, preparatów leczniczych, materiałów budowlanych, przetwórstwie ropy naftowej itp. jest uwarunkowana zjawiskami przebiegającymi w dwufazowych układach «cząsteczka-płyn». Cząsteczki substancji rozproszone w ośrodku ciągłym, zawieszona w nim lub poruszająca się mogą posiadać poza nielicznymi wyjątkami kształt zupełnie dowolny i przypadkowy. Jednakże z racji złożonych zjawisk występujących na ich powierzchniach przyjmuje się ich kształt jako kulisty, co pozwala w niektórych przypadkach na teoretyczne ujęcie zagadnienia i ułatwia uogólnienie wyników.

Z bardzo licznych zastosowań przemysłowych układów «cząsteczki-płyn» wymieni należy: transport pneumatyczny materiałów sypkich, suszenie rozdrobnionych ciał stałych i zawiesin, spalanie paliw stałych i ciekłych, chłodzenie wody obiegowej w siłowniach, nawilżanie gazów, sublimacje cząstek stałych w strumieniu gazu, rozpuszczanie ciał stałych w cieczy, zagęszczanie roztworów itp. Większość wspomnianych procesów przebiega w warunkach konwekcji wymuszonej, przy czym opływ poszczególnych cząstek odbywa się w zakresie liczb Reynoldsa:  $Re = 1-1000$ .

Atrakcyjność tych układów wynikająca ze wzrostu współczynników wymiany masy w miarę zmniejszania się cząsteczek oraz wzrostu powierzchni kontaktujących ze sobą faz, co prowadzi do skrócenia czasu procesu, skłoniła do podjęcia intensywnych badań nad poznaniem mechanizmów przenoszenia masy i ich ilościowego ujęcia. Badania nad określeniem współczynników wymiany masy zapoczątkowane w latach trzydziestych prowadzone są w dwóch zasadniczych kierunkach:

- 1) badania nad pojedynczymi cząstkami ciał stałych lub cieczy (krople),
- 2) studia i badania przy makroskopowej analizie zjawisk wymiany masy i ciepła w układach «cząsteczki-płyn».

Do grupy pierwszej należy również zaliczyć niniejsze opracowanie, sporządzone na podstawie dostępnej autorowi literatury, zawierające krótkie informacje o dotychczas przeprowadzonych pracach doświadczalnych i teoretycznych nad określeniem współczynników wymiany masy na powierzchni kul i kropeł.

### Wykaz oznaczeń

- Gr liczba Grashofa,  
Pe liczba Pecleta ( $Pe = Sc \cdot Re$ ),

Re liczba Reynoldsa,  
 Sc liczba Schmidta,  
 Sh liczba Sherwooda,  
 Sh<sub>m</sub> liczba Sherwooda, wartość średnia na całej powierzchni,

$$j_m = \frac{Sh_m}{Re \cdot Sc^{1/3}} \text{ moduł Colburna wymiany masy.}$$

U w a g a. Wymiarem charakterystycznym przy określaniu liczb Grashofa, Reynoldsa, Sherwooda i Pecleta jest średnica kuli.

### 1. Równania wymiany masy

Wymiana masy z rozpuszczającą się, sublimującą lub parującą cząsteczką do otaczającego płynu może odbywać się na drodze dyfuzji molekularnej, dyfuzji wywołanej konwekcją naturalną, względnie konwekcją wymuszoną lub wzajemnej kombinacji tych trzech zjawisk równocześnie. Nadmienić jednakże należy, że w większości zastosowań układów cząsteczka-płyn o szybkości wymiany masy decyduje konwekcja wymuszona.

W warunkach swobodnej i wymuszonej konwekcji równanie bezwymiarowego współczynnika wymiany masy będzie opisane następującą ogólną zależnością

$$Sh_m = f_1(Gr, Re, Sc).$$

W przypadkach układów o małych wymiarach cząstek i niewielkiej różnicy gęstości płynu w bezpośredniej bliskości cząsteczki i w pewnej od niej odległości (w warstwie przyściennej i poza nią) dopuszczalne jest pominięcie wpływu konwekcji naturalnej na intensywność wymiany masy. Według GARNERA i KEELY'ego [13] przy opływie kul wpływ swobodnej konwekcji może być pominięty, gdy

$$Re \geq 0.4 \cdot Gr^{1/2} \cdot Sc^{-1/6}.$$

Spełnienie tego warunku pozwala na zapisanie równania bezwymiarowego współczynnika wymiany masy w sposób następujący:

$$Sh_m = f_2(Re, Sc).$$

W przypadkach bardzo małych cząsteczek umieszczonych w nieruchomym i nieskończenie dużym ośrodku mechanizm wymiany masy odbywać się będzie wyłącznie na drodze dyfuzji molekularnej. LANGMUIR [23] dysponując danymi doświadczalnymi Morse'a [25] z jego badań nad sublimacją małych kulek jodu uzasadnił na drodze teoretycznej, że w tych warunkach bezwymiarowy współczynnik wymiany masy zbliża się do wartości równej 2 przy wartościach liczby Reynoldsa dążących do zera. Podobny wynik został również podany przez FUCHSA [9]:

$$\lim Sh_m = 2, \quad \text{gdy} \quad Re \rightarrow 0.$$

Wzór ten wyprowadzony podobnie jak w przypadku wymiany ciepła stosuje się w przypadku wymiany masy dla dyfuzji ekwimolarnej, a przy dyfuzji jednokierunkowej (sublimacja, parowanie itd.) tylko przy małych koncentracjach rozpraszanego składnika.

Poniżej przedstawiono chronologicznie wyniki ważniejszych dotychczasowych prac nad określeniem średnich współczynników wymiany masy na powierzchni kul i kropeł przy niewielkich różnicach stężeń czynnika dyfundującego pomiędzy strumieniem płynu a powierzchnią międzyfazową.

Wzajemne proporcje liczby prac doświadczalnych do teoretycznych wynikają z treści niniejszego opracowania.

## 2. Prace doświadczalne

Pierwszą klasyczną pracą traktującą o wymuszonym odparowaniu kropeł cieczy jest publikacja FRÖSSLINGA w 1938 r. [10]. Autor określając prędkość ubytku substancji z zawieszonych w strumieniu powietrza kropeł wody, aniliny, nitrobenzenu i naftalenu podał następujące równanie:

$$\text{Sh}_m = 2 + 0,552 \cdot \text{Re}^{1/2} \cdot \text{Sc}^{1/3}.$$

Badania przeprowadzono w zakresie  $\text{Re} = 2-800$ ; wartości liczb Schmidta zawierały się w granicach  $\text{Sc} = 0,6-2,56$ .

Następną zanotowaną w literaturze pracą były badania WYRUBOWA (1946) [8]. Równanie dla  $\text{Re} = 100-500$

$$\text{Sh}_m = 0,52 \cdot \text{Re}^{1/2}$$

powstało w wyniku badań swobodnego opadania kropeł o średnicy 2 mm w strumieniu powietrza, którego temperatura zmieniała się w granicach 40–100 °C.

W 1948 r. SOKOLSKI i TIMOFIEJEW [8] używając do badań kropeł wody o średnicy 1–2 mm, odparowujących w strumieniu powietrza, otrzymali dla zakresu  $\text{Re} = 0,7-200$  następujące równanie:

$$\text{Sh}_m = 2 + 0,16 \cdot \text{Re}^{2/3}.$$

Dla wartości  $\text{Re} > 200$  wyniki badań opisano równaniem:

$$\text{Sh}_m = 0,52 \cdot \text{Re}^{1/2},$$

identycznym z równaniem Wyrubowa.

Podobny wynik otrzymali w 1949 r. VAN KREVELEN i HOFTUZER [21] badając odparowanie wody do powietrza z powierzchni kul o średnicy 6–15 mm zwilżanych wodą. Dla  $\text{Re} > 200$  otrzymali oni

$$\text{Sh}_m = 0,50 \cdot \text{Re}^{1/2} \cdot \text{Sc}^{1/3}.$$

W wyniku pracy nad rozpuszczaniem kulek uformowanych z 2-naftolu ( $\text{C}_{10}\text{H}_7\text{OH}$ ) w wodzie przy  $\text{Re} = 30-500$  MC CUNE i WILHELM [7] w 1949 r. podali związek

$$\text{Sh}_m = 2 + 0,95 \text{Re}^{1/2} \cdot \text{Sc}^{1/3}.$$

Badania odparowania różnych cieczy organicznych z powierzchni kuli o średnicy 0,88 mm w strumieniu powietrza o temperaturach zmieniających się od 20 do 500°C pozwoliły INGEBE [16] na podanie w 1950 r. równania:

$$\text{Sh}_m = 2 + 0,30(\text{Re} \cdot \text{Sc})^{0,6} \cdot \frac{\lambda_g}{\lambda_p},$$

gdzie  $\lambda_g$  oznacza przewodność cieplną powietrza,  $\lambda_p$  przewodność cieplną par.

Równanie to opisuje zjawisko parowania w zakresie  $\text{Re} = 1000-1600$  i daje wyniki bardziej poprawne przy wyższych temperaturach powietrza, gdyż wysoka wartość wykładnika potęgowego, występującego w tym równaniu, uwzględnia równocześnie wpływ promieniowania cieplnego na szybkość wymiany masy.

W 1952 r. RANZ i MARSHALL [28] po zrealizowaniu obszernego programu badań parowania kropel wody, benzenu i aniliny ( $Sc = 0,6-2,2$ ) w powietrzu przy  $Re = 0-200$  podali równanie wymiany masy w następującej postaci:

$$Sh_m = 2 + 0,60 \cdot Re^{1/2} \cdot Sc^{1/3}.$$

W tym samym roku RANZ [29] dokonał porównania wyników FRÖSSLINGA [10], MAISELA i SHERWOODA [24], RANZA i MARSHALLA [28] dotyczących badań nad wymianą masy z powierzchni kulistych i rozszerzył zakres zastosowania równania Ranzo-Marshalla:

$$Sh_m = 2 + 0,60 \cdot Re^{1/2} \cdot Sc^{1/3}.$$

Dla rozcieńczonych roztworów lub mieszanin, w których stężenie par cieczy jest dalekie od stanu nasycenia, równanie to jest słuszne dla  $Re = 1-70\ 000$ , i  $Sc = 0,6-400$ . Należy zwrócić uwagę, że do chwili obecnej równanie to uznane jest jako wzorcowe i służy wielu badaczom do oceny uzyskiwanych przez siebie wyników.

W 1953 r. AKSELRUD [1] przeprowadził badania nad rozpuszczaniem kul z saletry i soli kuchennej w wodzie. W wyniku doświadczeń przeprowadzonych przy  $Re = 100-3000$  otrzymał równanie;

$$Sh_m = 0,82 \cdot Re^{1/2} \cdot Sc^{1/3}.$$

Autor otrzymał również podobne równanie w wyniku teoretycznej analizy zjawiska, co zostanie podane w następnej części opracowania. Interesującą pracę doświadczalną wykonali w 1954 r. HSU i zespół [15] nad wpływem rzeczywistego kształtu kropli cieczy na szybkość wymiany masy. Autorzy ci używając kapilar o różnej średnicy uzyskiwali różne kształty zawieszonych kropeł. Badania przeprowadzono przy użyciu *n*-heptanu ( $Sc = 2,1$ ) odparowującego w strumieniu powietrza o temperaturze ok.  $40^\circ C$ , w zakresie  $Re = 70-300$ . Wymiarem charakterystycznym przy określaniu liczb Reynoldsa i Sherwooda była wartość max średnicy poziomej, która w czasie doświadczeń wynosiła ok. 1,8 mm. Dokonywano również pomiaru burzliwości strumienia powietrza, której średnia wartość wynosiła 1,3%, co wskazywało, że opływ bardzo niewiele odbiegał od opływu potencjalnego. Wyniki doświadczeń opisano następującym równaniem:

$$Sh_m = (2 + 0,556 \cdot Re^{0,56} \cdot Sc^{0,33}) \cdot [1 + 2,292(1 - \mu)][1 - 0,257(1 - h/d)].$$

W równaniu tym współczynnik kulistości kropli (dla kuli  $\mu = 1$ ) oznaczono przez  $\mu = 6V/Fd$ , gdzie  $V$  jest objętością kropli,  $F$  powierzchnią kropli,  $d_{max}$  średnicą poziomą,  $h$  wysokością kropli.

Analiza wyników badań wskazuje, że kształt kropli ma niewielki wpływ na szybkość wymiany masy. Uwidoczni się on dopiero przy silnym zdeformowaniu kropeł. Wzrost lub zmniejszenie stosunku  $h/d$  z wartości 1 o 0,4 powoduje odpowiednio zmniejszenie, względnie wzrost szybkości wymiany masy tylko o 10%.

Badania przeprowadzone w 1958 r. przez GARNERA i SUCLINGA [14] nad rozpuszczaniem kul kwasu benzoowego o średnicach  $3''/8-3''/4$  w wodzie doprowadziły do równania:

$$Sh_m = 2 + 0,95 \cdot Re^{1/2} \cdot Sc^{1/3}.$$

Równanie to określone dla zakresu  $Re = 30-700$  jest identyczne z równaniem podanym w 1949 r. przez Mc CUNE i WILHELMA [7].

GARNER i KEYE [13] podali w tym samym roku równanie, które wynikało z badań nad rozpuszczaniem kul z kwasu benzoowego w wodzie w zakresie  $Re = 250-900$

$$Sh_m = 0,94 \cdot Re^{1/2} \cdot Sc^{1/3}.$$

Przeprowadzone w 1959 r. przez STEELE'A i GEANKOPLISA [31] badania rozpuszczania kul z różnych substancji organicznych o średnicy  $1/2''$  w wodzie doprowadziły do zależności w zakresie  $Re = 100-10\,000$ :

$$\begin{aligned} \text{dla kwasu cyjanonowego: } & Sh_m = 0,945 \cdot Re^{0,475} \cdot Sc^{0,33}, \\ \text{dla kwasu benzoowego: } & Sh_m = 0,81 \cdot Re^{0,523} \cdot Sc^{0,33}, \\ \text{dla 2-naftolu: } & Sh_m = 0,725 \cdot Re^{0,448} \cdot Sc^{0,33}. \end{aligned}$$

Przyczyn rozbieżności wyników i trudności opisanie ich jednym równaniem należy poszukiwać w wartościach, przyjętych do obliczeń temperatur nominalnych (przyjęto temperaturę strumienia cieczy), mających zdecydowany wpływ na wartości liczb Schmidta.

Próby uogólnienia równań wymiany masy w ośrodkach gazowych dla kul na inne kształty geometryczne, jak półkule, stożki, krótkie powierzchnie walcowe, sześciiany itp. podjęli się w 1960 r. PASTERNAK i GAUVIN [27]. Podane przez nich równanie

$$Sh_m = 0,692 \cdot Re^{0,514} \cdot Sc^{0,33}$$

zalecane jest dla  $Re = 500-5000$ . Wymiarem charakterystycznym podobnie jak w poprzednich pracach jest średnica kuli, w przypadku innych kształtów oblicza się ją jako stosunek

$$l = F/U,$$

gdzie  $F$  jest całkowitym polem powierzchni przedmiotu, a  $U$  obwodem rzutu przedmiotu na płaszczyznę prostopadłą do kierunku przepływu strumienia.

Uzupełnieniem prac FRÖSSLINGA [10] i RANZ-MARSHALLA [28] w zakresie małych liczb Reynoldsa  $Re = 0-6$  jest publikacja z 1962 r. APASZOWA i MAŁOWA [2].

Przeprowadzone przez nich badania nad parowaniem małych kropeł alkoholu i eteru etylowego, wody, benzyny, nafty oraz oleju napędowego w powietrzu o temperaturze  $20-370^\circ C$  doprowadziły do równania identycznego z [28]

$$Sh_m = 2 + 0,60 \cdot Re^{1/2} \cdot Sc^{1/3}.$$

W 1963 r. SKALLAND i CORNISH [30] przeprowadzili badania wymiany masy z powierzchni sferoidów w strumieniu powietrza. Sferoidy o stosunku osi 1:1 do 3:1 wykonane zostały z naftalenu. Krótsza oś była skierowana równolegle do przepływającego strumienia powietrza. Dla zakresu  $Re = 200-6000$  podano następującą zależność:

$$Sh_m = 0,74 \cdot Re^{1/2} \cdot Sc^{1/3}.$$

Charakterystyczny wymiar liniowy był określony analogicznie jak w pracy PASTERNAKA i GAUVINA [27].

W cytowanych pracach liczba Schmidta została zdefiniowana następująco:

$$Sc = \nu_f/D,$$

gdzie  $\nu_f$  jest współczynnikiem lepkości kinematycznej napływającego strumienia płynu,  $D$  dyfuzyjnością rozpraszanej substancji w rozpatrywanym ośrodku.

Dla przypadków wymiany masy w gazach (parowanie, sublimacja) wartości parametrów materiałowych: lepkości i dyfuzyjności określa się dla średniej temperatury powierzchni

i przepływającego strumienia gazu. Dopuszczalne jest również oznaczanie tych parametrów dla temperatury przepływającego gazu, gdyż ich ilościowe zmiany w funkcji temperatury są bardzo zbliżone, nie powodując istotnych zmian w wartości liczby Schmidta i bezwymiarowych równań wymiany masy.

W pracach nad rozpuszczaniem ciał stałych temperatura nominalna została przyjęta równa temperaturze strumienia cieczy. Zwrócić należy uwagę, że wobec dużych zmian wartości liczby Schmidta przy nieznacznych zmianach temperatury cieczy [31] konieczne jest w układach ciało stałe-ciecz niezwykle staranne określenie temperatury strumienia rozpuszczalnika. Wydaje się również, że wyniki badań prac [1, 7, 13, 14 i 31] dałyby się opisać jednym równaniem przy właściwym doborze temperatury nominalnej, której wartość, zależna od ciepła rozpuszczania poszczególnych substancji, różniłaby się od temperatury strumienia cieczy.

### 3. Prace teoretyczne

W dalszym ciągu przeglądu dotychczasowych prac zostaną podane równania, umożliwiające obliczenie średnich współczynników wymiany masy na powierzchniach kulistych, uzyskane na drodze teoretycznej analizy zjawiska. Liczba tych prac jest niezwykle skromna w porównaniu z liczbą publikacji dotyczących badań doświadczalnych.

W 1951 r. SZWEC [8] na drodze przybliżonego rozwiązania równań warstwy przyściennej, opartego na metodzie kolejnych przybliżeń, podał równanie opisujące wymianę masy na kuli dla niskich wartości  $Re$  (opływ bez oderwania):

$$Sh_m = 0,680 \cdot Re^{1/2} \cdot Sc^{1/3}.$$

W 1953 r. AKSELRUD [1] z rozwiązania równań warstwy przyściennej metodą bilansową podał równania wymuszonej wymiany masy z powierzchni kuli dla opływu przy dwóch zakresach liczb Reynoldsa dla układów, w których liczba Schmidta  $Sc > 1$ :

$$Sh_m = 1,037 \cdot Pe^{1/3} \quad \text{dla} \quad Re < 1$$

oraz

$$Sh_m = 0,80 \cdot Re^{1/2} \cdot Sc^{1/3} \quad \text{dla} \quad 1 < Re < 10^4.$$

Dla opływu w obszarze  $Re < 1$  przy wymianie masy z powierzchni kulistych w ośrodkach ciekłych BOWMANN i zespół w 1961 r. [4] na drodze liczbowego rozwiązania równania dyfuzji podali

$$Sh_m = 0,978 \cdot Pe^{1/3}.$$

a więc bardzo zbliżone do analitycznego rozwiązania Akselruda. W 1963 r. GRAFTON [12] korzystając z rozwiązania opływu kuli uzyskanego przez TOMOTIKĘ w 1936 r. otrzymał równanie dla wymiany masy konwekcji wymuszonej:

$$Sh_m = 0,95 \cdot Re^{1/2} \cdot Sc^{1/3}.$$

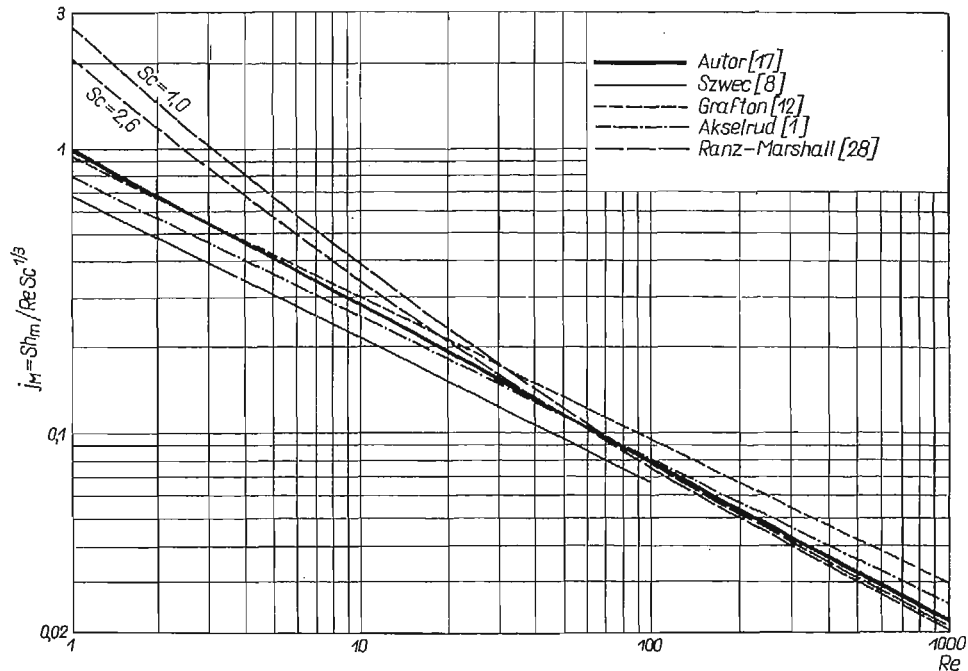
Aczkolwiek wyniki tej pracy odbiegają nieco od wartości doświadczalnych (rys. 1), tym niemniej stanowi ona interesującą próbę rozwiązania problemu wymiany masy na powierzchni kuli leżącej poza linią oderwania strumienia.

W 1965 r. autor niniejszego opracowania na drodze przybliżonego rozwiązania równań warstwy przyściennej otrzymał równanie opisujące wymianę masy na powierzchni kuli przy konwekcji wymuszonej w następującej postaci [17]:

$$Sh_m = 0,994 \cdot Re^{0,45} \cdot Sc^{0,33}$$

dla wartości liczb Schmidta  $Sc = 0,6-2,6$ . Porównanie otrzymanego wyniku z danymi doświadczalnymi potwierdza jego słuszność w zakresie liczb Reynoldsa  $Re = 60-1000$ .

Na rysunku 1 porównano wyniki określonych teoretycznie średnich bezwymiarowych współczynników wymiany masy na powierzchni kuli uzyskanych przez AKSELRUDA [1], GRAFTONA [12], SZWECA [8] i autora [17] na tle wyników doświadczalnych opisanych równaniem Ranz-Marshalla [28]. Porównano bezwymiarowe moduły Colburna  $j_m$  wymiany masy. Rozbieżności wyników w obszarze niskich wartości liczb Reynoldsa wynikają z uwzględnienia w pracach teoretycznych wymiany masy jedynie na drodze konwekcji wymuszonej.



Rys. 1. Porównanie wyników prac teoretycznych z doświadczeniami

#### 4. Wpływ parametrów mechanicznych i hydrodynamicznych na szybkość wymiany masy

Oprócz prac nad określeniem współczynników wymiany masy różnych substancji z powierzchni kulistych zostały również przeprowadzone badania nad wpływem burzliwości strumienia, drgań cząsteczek i cyrkulacji cieczy wewnątrz kroplel na szybkość parowania bądź sublimacji. Powszechnie wiadome jest, że wzrost stopnia burzliwości strumienia powodować będzie intensyfikację wymiany masy lub ciepła, jednakże oddziaływającym w różnym stopniu w zależności od rodzaju opływu. W 1950 r. MAISEL i SHERWOOD [24]

podczas badań parowania na kulach, zwilżanych wodą i benzenem, przy opływie w zakresie  $Re = 2000-50\,000$  podali pierwsze jakościowe wyniki wpływu turbulencji strumienia na szybkość wymiany masy. W czasie pomiarów zwiększano stopień burzliwości od 3,5% do 24%, szybkość parowania wzrastała o 18% przy  $Re = 2440$  i o 25% przy  $Re = 19\,500$ . Wyniki pomiarów wskazywały na wyraźne zmniejszanie wpływu burzliwości na intensyfikację wymiany masy przy malejących liczbach Reynoldsa. Stwierdzono ponadto, że wpływ burzliwości strumienia może być całkowicie pominięty przy cząsteczkach o średnicy mniejszej od 2 mm.

Badania przeprowadzone w 1958 r. przez BROWNA z zespołem [5] wykazały brak wyraźnego wpływu burzliwości na intensywność wymiany masy przy  $Re < 1000$ , jeżeli stopień turbulencji nie przekraczał 15%. Podobny wynik uzyskał w tym samym roku van der HEGGE ZIJNEN [35] na podstawie badań nad wymianą ciepła. Przeprowadzając badania przy  $Re = 60$  i 580 stwierdził, że w tym obszarze liczb Reynoldsa wzrost stopnia turbulencji do 15% nie ma wpływu na intensyfikację przejmowania ciepła na powierzchni kulistej.

W 1962 r. VENEZIAN, CRESPO i SAGE [34] po przeprowadzeniu badań nad parowaniem z porowatej kuli o średnicy 1" zwilżanej *n*-oktanem oraz badań nad wymianą ciepła z kuli metalowej o tej samej średnicy w zakresie  $Re = 1800-7500$  potwierdzili dotychczasowe wyniki. W doświadczeniu zmieniano stopień burzliwości strumienia od 1,3% do 15%. Badania wykazały, że dla  $Re < 2000$  wpływ burzliwości jest pomijalny przy analizie wymiany masy i ciepła, jeżeli jej intensywność jest niższa od 10-12%.

Inną grupę badań stanowiły doświadczenia nad określeniem wpływu wymuszonych drgań cząsteczek, lub kropeł cieczy na wzrost szybkości parowania bądź wymiany ciepła z ich powierzchni.

Publikacje KUBANSKIEGO [18] z 1952 r., TESSINA i JAKOBA [33] z 1953 r., MARTINELLIEGO i BOELTERA [26] oraz ANANTARAYANUNA i RAMANANCHANDRANA [13] z 1958 r. dotyczące wymiany ciepła wskazują, że drgania kul nie mają wpływu na wzrost współczynników przejmowania ciepła, jeżeli liniowa prędkość wibracji jest niższa od prędkości strumienia gazu. W 1963 r. CONSTAN i CALVERT [6] potwierdzili to dla przypadku wymiany masy, przeprowadzając badania na drgających kulkach naftalenu i kroplach cieczy. Autorzy ci wskazali również na brak wpływu cyrkulacji cieczy wewnątrz kropli na szybkość wymiany masy przez parowanie.

Na nieistotny wpływ cyrkulacji wewnątrz kropeł cieczy jednoskładnikowych przy parowaniu wskazali również THORSEN i TERJESEN w 1962 r. [32], przypisując wzrost współczynników wymiany masy jedynie silnej turbulencji hydrodynamicznej.

Zwrócić należy uwagę, że przy analizie zjawisk wymiany masy przy opływach w tym samym obszarze liczb Reynoldsa w układach ciecz-ciecz (lub ciało stałe-ciecz) nie należy pomijać cyrkulacji wewnątrz kropeł, drgań cząsteczek jak również turbulencji przepływającej cieczy. Na istotny wpływ cyrkulacji wewnątrz kropeł w tych układach na szybkość wymiany masy wskazują prace KISZYŃIEWSKIEGO i KORNIENKI [19] oraz LEWICZA [22], który równocześnie zwraca uwagę na wpływ burzliwości strumienia cieczy intensyfikujący wymianę masy. Publikacja FIKLISTOWA i AKSELRUDA [11] omawia istotny wpływ drgania cząstek na ich szybkość rozpuszczania się w cieczach.



### 5. Wnioski

Analiza materiału zawartego w cytowanej literaturze pozwala na sformułowanie następujących wniosków:

1. Dwojaka forma zapisu równań kwalifikuje je do podziału na dwie grupy. Do grupy pierwszej zaliczyć należy równania o postaci:

$$Sh_m = 2 + M \cdot Re^m \cdot Sc^n.$$

Opis wyników doświadczeń powyższym typem równania wynikał z przyjęcia przez autorów założenia o addytywności molekularnej i wymuszonej wymiany masy.

Założenie to, aczkolwiek wątpliwe, jest do przyjęcia w zakresie małych liczb Reynoldsa. Przy większych wartościach  $Re$  o wymianie substancji decyduje konwekcja wymuszona. Opis wyników równania drugiej grupy w postaci:

$$Sh_m = M \cdot Re^m \cdot Sc^n$$

jest formalnie i z fizycznego punktu widzenia bardziej uzasadniony<sup>(1)</sup>.

2. Rozbieżności wartości  $M$ ,  $m$  i  $n$  w poszczególnych równaniach doświadczalnych nie mogą dyskwalifikować żadnego z nich. Różnice wynikają z możliwości badawczych każdego z autorów, dokładności przeprowadzenia pomiarów i sposobu opisu wyników.

3. Wobec zbieżności równań Frösslinga, Ranz-Marshalla i Apaszowa-Malowa oraz przeprowadzonej przez Ranza i innych autorów analizy dużej liczby wyników z badań nad wymianą masy z powierzchni kulistych, uznać należy równanie Ranz-Marshalla za najbardziej reprezentatywne dla przypadków, gdy  $Re = 0-70\ 000$  i  $Sc = 0,6-400$ .

4. Dopuszczalne jest zastąpienie kształtu kropli kształtem kulistym. Zgodnie z wynikami pracy Hsu, Sato i Sage tak przeprowadzone obliczenia wymiany masy nie będą obciążone błędem większym niż  $\pm 10\%$ , jeżeli stosunek wysokości kropli do jej średnicy poziomej zawierać się będzie w granicach 0,6-1,4.

5. W świetle badań Pasternaka-Gauwina i Skalland-Cornisha równania wymiany masy dla kul dadzą się również zastosować do ciał dowolnych kształtów o niewielkich wymiarach pod warunkiem właściwego doboru liniowego wymiaru charakterystycznego.

6. Wartości współczynników wymiany masy uzyskane z równań teoretycznych mieszczą się w obszarze przeciętnych wartości otrzymanych doświadczalnie i co wykazano na wykresie rys. 1 głównie dla wyższych wartości liczb Reynoldsa.

7. Wzrost burzliwości strumienia płynu powoduje intensyfikację wymiany masy, jednakże przy opływach powierzchni kulistych strumieniem gazu przy  $Re < 1000$  nie ma wpływu, o ile stopień turbulencji nie przekracza 15 %.

8. Drgania kropel lub cząstek nie powodują zmiany współczynników wymiany masy, jeżeli liniowa prędkość wibracji nie przekracza prędkości strumienia gazu.

<sup>(1)</sup> Próbą opisaną wyników doświadczalnych w szerokim zakresie liczb Reynoldsa jest publikacja z 1963 r. KINARDA z zespołem [20], w której liczba Sherwooda stanowi sumę czterech wyrazów: pierwszy jest stałą, drugi uwzględnia konwekcję swobodną na całej powierzchni kuli, trzeci udział konwekcji wymuszonej na części nawiętrznej i czwarty udział konwekcji wymuszonej poza linią oderwania.

9. Cyrculacja wewnątrz kropeł cieczy jednoskładnikowych nie ma wpływu na szybkość parowania substancji.

#### Literatura cytowana w tekście

1. Г. А. АКСЕЛРУД, Журнал физ. химии, 10, 27 (1953).
2. M. APASZOW, R. MALOW, ARS — Journal, 3, 32 (1962).
3. R. ANANTARAYANAN, A. RAMANANCHANDRAN, Trans. ASME, 80 (1958), 1426.
4. C. W. BOWMANN, D. M. WARD, A. I. JOHNSON, O. TRASS, The Canad. J. Chem. Eng., Febr. 1961, 9.
5. N. A. BROWN i inni, Ind. Eng. Chem. Data Series, 3 (1958), 263.
6. G. L. CONSTAN, Seymour Calvert, A.I.Ch.E. J. 1, 9 (1963).
7. L. K. McCUNE, R. H. WILHELM, Ind. Eng. Chem., 41 (1949), 1124.
8. N. A. FUCHS, *Evaporation and Droplet Growth in Gaseous Media*, Pergamon Press, London 1959.
9. Н. А. ФУКС, Журнал Техн. Физики, 4 (1934), 7.
10. N. FRÖSSLING, Gerl. Beitr. z. Geophysik, 52 (1938), 170.
11. И. Н. ФИКЛИСТОВ, Г. А. АКСЕЛРУД, Инж. физ. журнал, 1, 7 (1964), 45.
12. R. W. GRAFTON, Chem. Eng. Sci., 18 (1963), 1457.
13. F. H. GARNER, R. B. KEY, Chem. Eng. Sci., 9 (1958), 119.
14. F. H. GARNER, R. D. SUCLING, AIChE Journal, 4 (1958), 114.
15. N. T. HSU, K. SATO, B. H. SAGE, Ind. Eng. Chem., 46 (1954), 870.
16. R. D. INGEBO, Chem. Eng. Progr., 46 (1950), 131.
17. J. JASIEWICZ, Dysertacja doktorska, Warszawa 1965.
18. П. Н. КУВАНСКИЙ, Журнал тех. Физики, 22 (1952), 592.
19. М. Ц. КИШИНЕВСКИЙ, Т. С. КОРНЕНКО, Журн. прикл. химии, 36 (1963), 1869.
20. G. E. KINARD i inni, Brit. Chem. Engng., 8 (1963), 326.
21. D. W. VAN KREVELEN, P. J. HOFFIJZER, J. Soc. Chem. Eng., 68 (1949), 59.
22. В. Г. ЛЕВИЧ, *Физико-химическая гидродинамика*, Физматгиз, Москва 1959.
23. I. LANGMUIR, Phys. Rev., 12 (1918), 368.
24. D. S. MAISEL, T. K. SHERWOOD, Chem. Eng. Progr., 46 (1950), 131.
25. H. W. MORSE, Proc. Am. Acad. Arts Sci., 45 (1910), 363.
26. R. C. MARTINELLI, L. K. M. BOELTER, Proc. Fifth Int. Congr. Appl. Mech., 1958.
27. I. S. PASTERNAK, W. H. GAUVIN, The Canad. J. Chem. Eng., 38 (1960), 35.
28. W. E. RANZ, W. R. MARSHALL, Chem. Eng. Progr., 48 (1952), 141.
29. W. E. RANZ, Chem. Eng. Progr., 48 (1952), 247.
30. A. H. P. SKALLAND, A. R. H. CORNISH, AIChE, Journal, 9 (1963), 73.
31. L. R. STEELE, C. J. GEANKOPLIS, AIChE — Journal, 5 (1959), 178.
32. G. THORSEN, S. G. TERJESEN, Chem. Eng. Sci., 17 (1962), 137.
33. W. TESSIN, M. JAKOV, Trans. ASME, 75, (1953), 473.
34. E. VENEZIAN i inni, AIChE — Journal, 8 (1962), 383.
35. B. G. VAN DER HEGGE ZIJNEN, Appl. Sc. Res., A7 (1958), 205.

#### Резюме

#### МАССООБМЕН С ПОВЕРХНОСТИ ШАРОВ И КАПЕЛЬ

Работа является обзором главных результатов полученных до настоящего времени в области исследований массообмена на поверхностях отдельных шаров и капель. Даются эмпирические и теоретические уравнения для процессов испарения, сублимации или растворения, происходящих в диапазоне чисел Рейнольдса  $Re = 0-1000$ . Обсуждается также влияние механических и гидромеханических параметров на скорость обмена массы.

## S u m m a r y

## THE MASS TRANSFER FROM SPHERES AND DROPS SURFACES

The paper gives the survey of more important up to now made investigations in the field of mass transfer on single sphere and drops surfaces. Experimental and theoretical equations for evaporation processes, sublimation or dissolving in range of Reynolds number  $Re = 0 - 100$  are given. The discussion of the influence of mechanical and hydrodynamical parameters on the mass transfer rate has been investigated.

*Praca została złożona w Redakcji dnia 18 kwietnia 1966 r.*

---