

PODSTAWY TEORII SPALANIA ZIARNA WĘGLOWEGO PRZY SKOŃCZONEJ WARTOŚCI WSPÓŁCZYNNIKA NADMIARU POWIETRZA

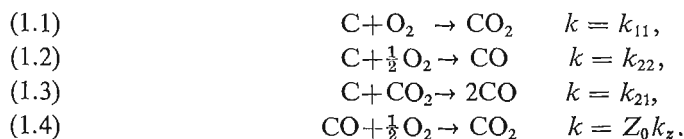
MIECZYSLAW ZEMBRZUSKI (WROCŁAW)

Wykaz ważniejszych oznaczeń

D	współczynnik dyfuzji,
k	stałe prędkości reakcji,
r	promień (współrzędna kulista),
r_0	promień ziarna węglowego,
x	stężenie tlenu,
y	stężenie tlenu w CO,
z	stężenie tlenu w CO ₂ ,
α	współczynnik nadmiaru powietrza,
β_{11}	współczynnik stechiometryczny dla reakcji (1.1),
β_{22}	współczynnik stechiometryczny dla reakcji (1.2),
β_{21}	współczynnik stechiometryczny dla reakcji (1.3),
τ	czas,
τ_0	czas spalania ziarna przy $\alpha = \infty$,
τ_{sp}	czas spalania ziarna przy $\alpha =$ wartość skończona,
ξ	część powierzchni ziarna zajęta przez reakcję (1.1),
ϱ	promień przestrzeni spalania,
ϱ_w	ciężar właściwy węgla,
ω	prędkość wydzielania CO ₂ w reakcji (1.4).

1. Wprowadzenie

W kinetyczno-dyfuzyjnej teorii spalania węgla przyjmuje się [1], że chemiczne zjawiska biorące udział w procesie spalania węgla mogą być ujmowane przez cztery sumaryczne reakcje:



Jakkolwiek wiadomo, że reagowanie węgla z gazami jest bardzo złożonym problemem kinetyki chemicznej⁽¹⁾ i cztery wymienione reakcje stanowią niewątpliwie znaczne uproszczenie rzeczywistego mechanizmu reagowania, w teorii spalania ziarna węglowego uprosz-

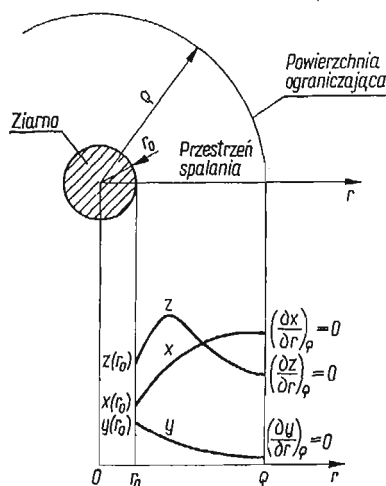
⁽¹⁾ Zagadnienie to jest wyczerpująco omówione w [6].

czenia chemicznej strony procesu spalania idą jeszcze dalej. Mianowicie, przyjmuje się zwykle, że jedyną reakcją jest reakcja (1.1), a wpływ pozostałych jest ewentualnie uwzględniany przy pomocy sumarycznego współczynnika stechiometrycznego β . Współczynnik ten został wprowadzony w pracach [2, 3] na podstawie szczegółowej analizy wpływu reakcji (1.2), (1.3), (1.4) na przebieg spalania ziarna w nieograniczonej przestrzeni i przy niezmiennym składzie chemicznym otoczenia [2, 4].

W naszej poprzedniej pracy [5] wykazano, że wartości stosunku $\phi_3^* = \tau_{sp}/\tau_0$ obliczonego teoretycznie przy uwzględnieniu tylko reakcji (1.1), nie pokrywają się z wartościami podobnej funkcji ϕ_3^* , wyznaczonymi doświadczalnie, gdy $\alpha < 2$. Ponieważ ten zakres wartości α posiada największe znaczenie praktyczne, wydaje się celowe takie rozwinięcie teorii spalania ziarna węglowego, aby reakcje (1.1)–(1.4) były uwzględnione bez ograniczeń co do chemicznego składu otoczenia, ani co do wielkości obszaru, w którym zachodzi spalanie. W niniejszej pracy przedstawiona jest próba wyprowadzenia podstawowych zależności określających prędkość spalania ziarna węglowego bez powyższych ograniczeń. Wyprowadzone równania mogą więc być stosowane dla obliczania prędkości spalania i czasu spalania ziarna węglowego przy dowolnych wartościach α .

2. Wyjściowy układ równań

Rozpatrywać będziemy spalanie kulistego ziarna węglowego o promieniu r_0 i stałej temperaturze T_z , nie zawierającego części lotnych, umieszczonego w kulistym otoczeniu



Rys. 1. Schemat rozkładu stężeń przy spalaniu ziarna w przestrzeni ograniczonej

(np. w zamkniętym kulistym naczyniu), o promieniu q i stałej temperaturze T_0 . Ponieważ granica obszaru jest nieprzenikliwa (np. ścianka naczynia), między r_0 i q zachodzi zależność wynikająca z wartości współczynnika nadmiaru powietrza α . Rozpatrywany model spalania ziarna jest przedstawiony schematycznie na rys. 1.

Zgodnie z przyjętym modelem, proces spalania ziarna opisany będzie poniższym układem równań dyfuzji nieustalonej:

$$(2.1.1) \quad D \left(\frac{\partial^2 \alpha}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial \alpha}{\partial r} \right) - \omega(x, y) = \frac{\partial \alpha}{\partial \tau},$$

$$(2.1.2) \quad D \left(\frac{\partial^2 y}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial y}{\partial r} \right) - \omega(x, y) = \frac{\partial y}{\partial \tau},$$

$$(2.1.3) \quad D \left(\frac{\partial^2 z}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial z}{\partial r} \right) + 2\omega(x, y) = \frac{\partial z}{\partial \tau},$$

z warunkami brzegowymi:

dla powierzchni ziarna ($r = r_0$); dla granicy obszaru ($r = \varrho$)

$$(2.2.1) \quad \left(\frac{\partial x}{\partial r} \right)_{r_0} = \frac{k_0}{D} x(r_0); \quad \left(\frac{\partial x}{\partial r} \right)_{\varrho} = 0,$$

$$(2.2.2) \quad \left(\frac{\partial y}{\partial r} \right)_{r_0} = \frac{k_{21}}{D} z(r_0) + \frac{k_{22}}{D} x(r_0); \quad \left(\frac{\partial y}{\partial r} \right)_{\varrho} = 0,$$

$$(2.2.3) \quad \left(\frac{\partial z}{\partial r} \right)_{r_0} = -\frac{k_{21}}{D} z(r_0) + \frac{k_{11}}{D} x(r_0); \quad \left(\frac{\partial z}{\partial r} \right)_{\varrho} = 0,$$

gdzie $k_0 = \xi k_{11} + (1 - \xi) k_{22}$;

i z warunkami początkowymi ($\tau = 0$)

$$(2.2.4) \quad x(r, 0) = x_{0p}; \quad y(r, 0) = y_{0p}; \quad z(r, 0) = z_{0p}.$$

Zasadnicze uproszczenie układu równań (2.1) z warunkami (2.2) można otrzymać powołując się na [7], gdzie wykazano, że spalanie ziarna węglowego przy zwykle stosowanych ciśnieniach, temperaturach i stężeniach może być traktowane jako proces ustalony. To oznacza, że układ równań (2.1) może być zastąpiony układem równań dyfuzji ustalonej, a zamiast warunków (2.2.1)–(2.2.3) dla $r = \varrho$, należy uwzględnić, że na granicy obszaru stężenia gazów posiadają pewne założone wartości x_0, y_0, z_0 . Z ograniczeniami więc, o których mowa jest w [7], spalanie ziarna będzie opisane poniższym układem, któremu odpowiada model przedstawiony na rys. 2:

$$(2.3.1) \quad D \left(\frac{\partial^2 x}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial x}{\partial r} \right) - \omega(x, y) = 0,$$

$$(2.3.2) \quad D \left(\frac{\partial^2 y}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial y}{\partial r} \right) - \omega(x, y) = 0,$$

$$(2.3.3) \quad D \left(\frac{\partial^2 z}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial z}{\partial r} \right) + 2\omega(x, y) = 0,$$

z warunkami brzegowymi:

dla powierzchni ziarna ($r = r_0$)

$$(2.4.1) \quad \left(\frac{dx}{dr} \right)_{r_0} = \frac{k_0}{D} x(r_0),$$

$$(2.4.2) \quad -\left(\frac{dy}{dr}\right)_{r_0} = \frac{k_{22}}{D} z(r_0) + \frac{k_{22}}{D} x(r_0),$$

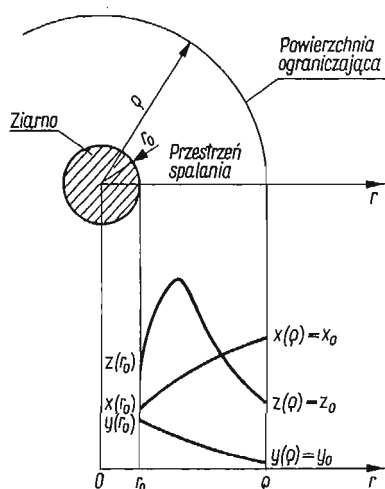
$$(2.4.3) \quad -\left(\frac{dz}{dr}\right)_{r_0} = -\frac{k_{21}}{D} z(r_0) + \frac{k_{11}}{D} x(r_0),$$

dla granicy obszaru ($r = \varrho$)

$$(2.5.1) \quad x(\varrho) = x_0$$

$$(2.5.2) \quad y(\varrho) = y_0,$$

$$(2.5.3) \quad z(\varrho) = z_0.$$



Rys. 2. Uprozczone warunki brzegowe dla spalania w przestrzeni ograniczonej

Zasadniczym problemem jest postać funkcji $\omega(x, y)$. Z pracy [8], gdzie problem ten jest obszernie omawiany, wiadomo, że mimo dużych różnic co do szczegółowych wartości, funkcja $\omega(x, y)$ może być opisana równaniem typu

$$(2.6) \quad \omega(x, y) = \frac{dz}{d\tau} = Z_0 k_z(T) x^\nu y \quad (\nu < 1),$$

przy czym wartość ν zawiera się w granicach 0,5–0,25. Jeżeli więc założyć, że wartość x w przedziale r_0, ϱ zmienia się mało, możliwe jest zastąpienie równania (2.6) uproszczonym wyrażeniem

$$(2.7) \quad \omega(x, y) = \kappa y \quad (\kappa = \text{const}),$$

nadającą równaniu (2.3) postać liniową.

3. Rozwiązanie układu równań (2.3)–(2.5)

Przy podstawieniu równania (2.6) do równań (2.3), rozwiązanie układu (2.3)–(2.5) przestaje być wprawdzie jakimkolwiek problemem matematycznym, ale przypuszczamy, że najprostszym sposobem otrzymania rozwiązania jest zastosowanie metody przekształceń Laplace'a, mianowicie wariantu podanego w [9].

Jeżeli oznaczmy:

$$A_0 = \frac{k_0}{D}, \quad A_{11} = \frac{k_{11}}{D}, \quad A_{22} = \frac{k_{22}}{D}, \quad A_{21} = \frac{k_{21}}{D},$$

oraz

$$\varepsilon = (\kappa/D)^{1/2}, \quad \lambda_0 = 1/r_0 + A_0, \quad \lambda_{21} = 1/r_0 + A_{21},$$

a następnie zastosujemy podstawienie

$$u = xr; \quad v = yr; \quad w = zr; \quad R = r - r_0,$$

otrzymamy przekształcone równania

$$(3.1.1) \quad \bar{X}(p) = \varepsilon^2 v(0) \frac{1}{p^2(p^2 - \varepsilon^2)} + \varepsilon^2 v'(0) \frac{1}{p^2(p^2 - \varepsilon^2)} + u(0) \frac{1}{p} + u'(0) \frac{1}{p^2},$$

$$(3.1.2) \quad \bar{Y}(p) = v(0) \frac{p}{p^2 - \varepsilon^2} + v'(0) \frac{1}{p^2 - \varepsilon^2},$$

$$(3.1.3) \quad \bar{Z}(p) = -2\varepsilon^2 v(0) \frac{1}{p(p^2 - \varepsilon^2)} - 2\varepsilon^2 v'(0) \frac{1}{p^2(p^2 - \varepsilon^2)} + w(0) \frac{1}{p} + w'(0) \frac{1}{p^2},$$

oraz warunki brzegowe dla $R = 0$

$$(3.2.1) \quad u'(0) = \lambda_0 A,$$

$$(3.2.2) \quad v'(0) = -A_{22}A + \frac{1}{r_0}B - A_{21}C,$$

$$(3.2.3) \quad w'(0) = -A_{11}A + \lambda_{21}C,$$

gdzie przez A, B, C oznaczono nie znane na razie wartości stężeń na powierzchni ziarna odpowiednio gazów O_2, CO, CO_2 .

Podstawiając warunki (3.2) do równań (3.1) i znajdując odwrotne przekształcenie otrzymujemy jako końcowy wynik równania opisujące rozkład stężeń poszczególnych gazów w obszarze, w którym zachodzi spalanie ziarna

$$(3.3.1) \quad xr = A(1 + \lambda_0 \Delta - A_{22}b) + B(a + b/r_0) + C(-A_{21}b),$$

$$(3.3.2) \quad yr = A(-A_{22}n) + B(m + n/r_0) + C(-A_{21}n),$$

$$(3.3.3) \quad zr = A(2A_{22}b - A_{11}\Delta) + B(-2a - 2b/r_0) + C(1 + 2A_{21}b + \lambda_{21}\Delta),$$

gdzie oznaczają:

$$a = (\cosh \varepsilon \Delta) - 1, \quad b = [(\sinh \varepsilon \Delta - 1)/\varepsilon], \quad m = \cosh \varepsilon \Delta, \quad n = (L)/\varepsilon \sinh \varepsilon \Delta, \quad \Delta = r - r_0.$$

Jeżeli w równaniach (3.3) wartości wyrażeń w nawiasach dla $r = \varrho$ oznaczmy przez γ_{ij} to otrzymamy układ równań:

$$(3.4.1) \quad x_0 \varrho = A\gamma_{11} + B\gamma_{12} + C\gamma_{13},$$

$$(3.4.2) \quad y_0 \varrho = A\gamma_{21} + B\gamma_{22} + C\gamma_{23},$$

$$(3.4.3) \quad z_0 \varrho = A\gamma_{31} + B\gamma_{32} + C\gamma_{33},$$

z których można obliczyć wartości A, B, C , co zapiszemy w postaci wyznaczników

$$(3.5) \quad A = \mathcal{D}_A / \mathcal{D}, \quad B = \mathcal{D}_B / \mathcal{D}, \quad C = \mathcal{D}_C / \mathcal{D}.$$

Dla $r = r_0$ równania (3.3) upraszczają się i uwzględniając równania (3.5) otrzymujemy następujące proste wyrażenia określające stężenia gazów na powierzchni ziarna:

$$(3.6) \quad \text{stężenie } O_2 \quad x(r_0) = \mathcal{D}_A/r_0\mathcal{D},$$

$$(3.7) \quad \text{stężenie CO} \quad y(r_0) = \mathcal{D}_B/r_0\mathcal{D},$$

$$(3.8) \quad \text{stężenie CO}_2 \quad z(r_0) = \mathcal{D}_C/r_0\mathcal{D}.$$

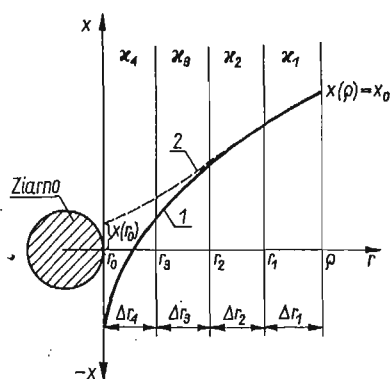
Ponieważ założyliśmy trzy reakcje heterogeniczne (1.1), (1.2), (1.3), więc uwzględniając równania (3.6) i (3.8), wyrażenie na prędkość spalania ziarna można napisać w postaci

$$(3.9) \quad -\varrho_w \frac{dr_0}{d\tau} = \frac{1}{r_0\mathcal{D}} \{ \mathcal{D}_A [\xi k_{11}\beta_{11} + (1-\xi)k_{22}\beta_{22}] + \mathcal{D}_C k_{21}\beta_{21} \}.$$

Dla otrzymania całkowitego czasu spalania ziarna τ_{sp} równanie (3.9) należy całkować w granicach $r_0 = r_{0p}$, $r_0 = 0$, gdzie r_{0p} jest początkowym promieniem ziarna. Niezbędne jest przy tym założenie związku między wartościami x_0 , y_0 , z_0 a bieżącym promieniem ziarna. Przed omówieniem tego ważnego zagadnienia konieczne jest uprzednie omówienie ograniczeń, jakim podlegają równania (3.3) ze względu na przyjętą w równaniach (2.3) postać funkcji $\omega(x, y)$.

Przypomnijmy, że linearyzując równania (2.3) za pomocą funkcji (2.7) ograniczyliśmy rozwiązanie tego układu w ten sposób, że tylko gdy zmiana wartości x wzdłuż osi r jest mała, równania (3.3) określają prawidłowo profile stężeń gazów w całym przedziale r_0, ϱ . Jeżeli spadek wartości x wzdłuż osi r jest znaczny (np. przy wysokich temperaturach), równania (3.3) mogą dawać ujemne wartości x (rys. 3, krzywa 1). Występowanie wartości $x < 0$ wynika stąd, że z jednej strony musi być zachowana równość

$$(3.10) \quad x + y + z = x_0 + y_0 + z_0 = \text{const},$$



Rys. 3. Schemat rozkładu stężeń tlenu gdy $x(r_0) < 0$

z drugiej natomiast, zgodnie z równaniem (2.7), wydzielanie CO_2 w obszarze spalania jest zależne tylko od występowania CO , i może zachodzić nawet wówczas, gdy w obszarze nie ma w ogóle tlenu. Gdy założenie o małej zmienności x nie jest spełnione, równania (3.3) nie mogą być wprowadzone stosowane do całego przedziału r_0, ϱ , ale zachowują ważność dla małego przedziału; np. r_1, ϱ , w którym spadek x jest mały. Trzeba więc przyjąć w ta-

kim przypadku, że obliczone z równania (2.6) $\kappa = Z_0 k_z x_0^y$ jest wartością κ_1 , odnoszącą się tylko do małego przedziału Δr_1 (rys. 3) i obliczyć wartości $x(r_1)$, $y(r_1)$, $z(r_1)$. Do wyznaczenia profili stężeń w następnym przedziale Δr_2 należy wziąć wartość κ_2 obliczoną dla $x(r_1)$. Powtarzając takie postępowanie odpowiednią ilość razy można wyznaczyć profile stężeń w całym przedziale r_0 , ϱ i obliczyć wartości stężeń na powierzchni ziarna (rys. 3 krzywa 2). Dopiero te ostatnie, podstawione do równania (3.9) dają prawidłową wartość prędkości spalania przy danych wartościach x_0 , y_0 , z_0 .

4. Spalanie ziarna węglowego przy skończonej wartości α

Jak wyżej wspomniano, wyznaczenie czasu spalania ziarna przez scałkowanie równania (3.9) wymaga określenia związków między stężeniami gazów na granicy obszaru a bieżącym promieniem ziarna, czyli podania funkcji

$$(4.1) \quad x_0 = f_1(x_{0p}, \alpha, r_0), \quad y_0 = f_2(y_{0p}, \alpha, r_0), \quad z_0 = f_3(z_{0p}, \alpha, r_0),$$

gdzie indeksem op oznaczono wartości początkowe.

W przypadku spalania ziarna w przestrzeni ograniczonej (w zamkniętym naczyniu) dokładne określenie funkcji (4.1) jest wprawdzie możliwe, ale znacznie prostsze wyrażenia otrzymuje się, jeżeli przyjąć dającą mały błąd równość

$$\frac{1}{v} \int_v [c] dv = [c]_0 \quad ([c] = x, y, z),$$

gdzie v oznacza objętość obszaru spalania.

Dla przypadku spalania w powietrzu ($y_{0p} = z_{0p} = 0$) przy $\alpha > 1$ można wówczas przyjąć:

$$(4.2.1) \quad x_0 = x(\varrho) = x_{0p} \frac{r_{0p}^3(\alpha-1) + r_0^3}{r_{0p}^3 \alpha},$$

$$(4.2.2) \quad y_0 = y(\varrho) = 0,$$

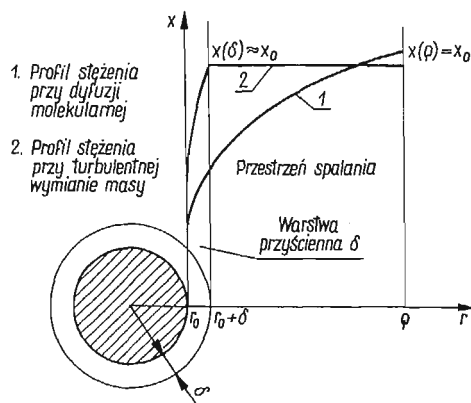
$$(4.2.3) \quad z_0 = z(\varrho) = x_{0p} \frac{r_{0p}^3 - r_0^3}{r_{0p}^3 \alpha}.$$

Równania (3.3) i (3.4) uzupełnione równaniami (4.2) dają wyczerpującą teorię izotermicznego spalania ziarna węglowego w przypadku gdy w całym obszarze spalania dyfuzja ma charakter czysto molekularny⁽¹⁾.

Przypuśćmy teraz, że w przestrzeni spalania występuje turbulentne mieszanie, które praktycznie wyrównywuje stężenia w całej przestrzeni, poza cienką warstwą przyścienną o grubości δ , jak to pokazano schematycznie na rys. 4. W tym przypadku wartości x_0 , y_0 , z_0 praktycznie nie ulegną zmianie i będą nadal wyrażone wzorami (4.2), ale cały proces dyfuzji molekularnej ograniczy się do warstwy przyściennej. W równaniach (3.3) i następ-

⁽¹⁾ W przypadku wysokich temperatur oraz przy $\alpha \leq 1$ równania bilansowe dla x_0 , y_0 , z_0 muszą uwzględniać warunki równowagi chemicznej.

nych wielkość Δ musi więc być zastąpiona przez δ . Analiza równań (3.3) wykazuje, że prędkość spalania ziarna określona równaniem (3.9) ulega w tym przypadku zwiększeniu, ale wzrost prędkości jest znaczny jedynie wtedy, gdy wartości δ są małe. Ponieważ turbulentna wymiana masy w otoczeniu ziarna jest możliwa również wtedy, gdy nie ma różnicy między prędkością ziarna i prędkością strumienia (uśrednioną), jest widoczne, że



Rys. 4. Schemat rozkładu stężeń w przypadku turbulentnego mieszania

w strumieniu turbulentnym proces spalania może przebiegać szybciej niż w laminarnym. Jakkolwiek szczegółowe omawianie wpływu turbulencji na proces spalania ziarna wykracza poza ramy niniejszego artykułu, wydaje się, że wyprowadzone zależności (3.3) i (3.4) mogą być pomocne również w analizie tego zagadnienia.

5. Wnioski końcowe

Uwzględniając sposób postępowania, gdy zmiana wartości x wzdłuż współrzędnej r jest znaczna, równania (3.3) są ogólne w tym znaczeniu, że określają profile stężeń w każdym przypadku, gdy znane są wartości stężeń w odległości ρ . O ile jednak w przypadku ziarna spalającego się w ograniczonej przestrzeni możliwe jest ustalenie wystarczająco dokładnych zależności (4.2), to w przypadku płomienia pyłowego (w którym spalanie zachodzi również przy skończonej wartości α) ustalenie funkcjonalnych zależności typu (4.2) opierać się musi, jak dotychczas, na bardzo uproszczonych założeniach, znacznie odbiegających od poglądów na wymianę masy w strumieniu turbulentnym. Z tego względu, jakkolwiek pewna analiza turbulencji na proces spalania ziarna w oparciu o równania (3.3) jest możliwa, spalanie ziarna węglowego w przestrzeni ograniczonej jest prawdopodobnie jedynym przypadkiem spalania ziarna przy skończonej wartości α , który może być zrealizowany doświadczalnie i dla którego można podać zadowalającą teorię.

Literatura cytowana w tekście

1. З. Ф. Чуханов, Изв. А.Н. СССР, ОТН, 4 (1953), 562-599.
2. Л. Н. Хитрин, Изв. А.Н. СССР, ОТН, 4 (1953), 543-561.
3. Л. Н. Хитрин, Физика горения и взрыва, изд. Московского Университета, Москва 1957.

4. А. С. Предводителев, Л. Н. Хитрин, О. А. Цуханова, Х. И. Колодцев, М. К. Гродзовский, *Горение углерода*, изд. АН СССР, Москва-Ленинград 1949.
5. M. ZEMBRZUSKI, *Chemia Stosowana* XII, 2A (1968), 249—258.
6. P. L. WALKER, F. RUSINKO, L. G. AUSTIN, *Advances in Catalysis*, 9 (1959), 133.
7. M. ZEMBRZUSKI, *O nieustalonej dyfuzji tlenu w procesie spalania ziarna węglowego*, *Mechanika Teoretyczna i Stosowania*, 4, 6 (1968).
8. Е. С. Щетинков, *Физика горения газов*, изд. Наука, Москва 1965.
9. J. MIKUSIŃSKI, *Rachunek operatorów*, PWN, Warszawa 1957.

Р е з ю м е

ОСНОВЫ ТЕОРИИ СЖИГАНИЯ УГОЛЬНОГО ЗЕРНА ПРИ КОНЕЧНОМ ЗНАЧЕНИИ КОЭФФИЦИЕНТА ИЗБЫТКА ВОЗДУХА

В работе обсуждаются основные зависимости определяющие скорость сжигания угольного зерна при конечном значении коэффициента избытка воздуха. В качестве основной модели принято изотермическое сжигание сферического зерна без летучих частей, помещённого в ограниченном пространстве. Решение уравнений, описывающих процесс сжигания, получено на основе доказанного раньше [7], утверждения о том, что процесс сжигания угольного зерна при нормальных режимах можно считать установившимся.

S u m m a r y

PRINCIPLES OF THE COMBUSTION THEORY OF COAL GRAIN WITH FINITE COEFFICIENT OF AIR EXCESS

In this paper, basic relations determining the rate of coal particle combustion with the finite value of the coefficient of air excess are given. As a basic model, an isothermic combustion of a spherical particle without volatile parts, placed within the limited space has been assumed. Solution of equations, describing the combustion process is obtained, use being made of the statement (proved previously [7]) that under normal conditions the combustion of a coal particle may be regarded as a steady-state process.

KATEDRA URZĄDZEŃ KOTŁOWYCH
POLITECHNIKI WROCŁAWSKIEJ

Praca została złożona w Redakcji dnia 15 grudnia 1967 r.